

★

2152

21 ~~21~~

खण्ड

गणितप्रकाश

दूसरा भाग.

श्री मन्महाराजाधिराज पश्चिमदेशाधिकारी
श्रेष्ठ नव्वाब लेफ्टिनेंट गवर्नर बहादुर की
आज्ञानुसार

श्रीमद्विद्यासम्पन्न श्रीमाहिब डैरेक्टर आफपब्लिक
इन्स्ट्रक्शन मुमालिक मगरबी व शिमाली व अव-
ध की अनुमतिसे पश्चिमदेशीय चटशालों के
विद्यार्थियों के लिये पण्डित श्रीलाल ने

मुबादिउल्हिमाव से उन्थाकरके बनाया

इलाहाबाद

गवर्नमेंट के द्वापेखाने में द्वापागया

वही विद्यार्थियों के लाभ के लिये

लखनऊ

मुन्शी नवलकिशोर (सी,आई,ई) के द्वापेखाने में द्वापा

मार्च सन् १८९५ ई० ॥

7th Edition 1500 Copies:

Price per Copy, 3 annas:

} { सातबींबार १५०० पुस्तक
मोल फ्री पुस्तक ॥ आने

मूचीपत्र

प्रकरणों के नाम			पृष्ठ	पंक्ति
त्रैशिक	३	१
अनेक अनुपात	१२	१४
भिन्नरीति	२०	११
प्रथम प्रकार	२२	१४
भिन्न संकलन	३३	६
भिन्न व्यवकलन	३६	३
भिन्न गुणन	३७	१६
भिन्न भाग	३६	१४
भिन्न त्रैशिक	४०	१६
दशमलव	४३	६
दशमलव के योग की रीति	४०	३
दशमलवके अन्तर की रीति	४६	१
दशमलव गुणन	५०	१६
दशमलव भाग की रीति	५२	११
घातक्रिया का प्रकार	६४	१
वर्ग करने की रीति	६४	११
मूल क्रिया	६५	२२
पूर्णांक वर्गमूल के निकालने की रीति	६६	१३
दशमलव वर्गमूल के निकालने की रीति	६६	१७
पूर्णांक घनमूल की रीति	७१	१
दशमलव घनमूल की रीति	७६	२०

गणित प्रकाश

दूसरा भाग ॥



गणित के उपयोगी चिन्ह ॥

+ यह चिन्ह जोड़ने का है जिन संख्याओं के बीचमें होता है, उनका योग जताता है; जैसा, $8 + 9$ लिखने से जाना जाता है, कि 8 और 9 का योग करना है, इसी को धन चिन्ह भी कहते हैं ॥

— यह चिन्ह जिस संख्या के बाईं ओर हो, वह अपनी बाईं ओर वाला संख्या में घटानी चाहिये; जैसा, $10 - 5$ इसका अर्थ यह है, कि 10 में से 5 घटाने दें, इसको ऋण चिन्ह कहते हैं ॥

\times यह गुणन का चिन्ह है, जिन संख्याओं के बीच में होता है, उनका घात जताता है, जैसा, 3×8 इसका अर्थ यह है, कि 3 से 8 को गुणा करके गुणफल जानना है ॥

\div यह भाग देने का चिन्ह है, इसकी बाईं ओर भाज्य, और दाहिनी ओर, भाजक होता है, जैसा, $6 \div 2$ इसका यह अर्थ है कि 6 में दो का भाग देना है ॥

= यह तुल्य का चिन्ह है, जिन दो राशों के बीच में
 ऐसा चिन्ह देखो उन्हें तुल्य जानो; जैसा, $२ + ३ = ५$, वा
 $० - ४ = -४$, वा $४ \times ३ = १२$, वा $१२ \div ३ = ४$

: :: : ये अनुपात के चिन्ह हैं, अनुपात में जो चार राशियाँ
 होती हैं, उनके बीच में ये होते हैं; जैसा, $५ : १० :: ३ : ६$
 का अर्थ है, कि पहिली राशि से जितने गुणों दूसरी
 राशि है उतने गुणों हैं। तिसरी से चौथी राशि है ॥

✓ यह मूलका चिन्ह है, जो $२\sqrt{२५}$ वा $\sqrt{२५}$ से, २५ का
 वर्गमूल जानो और $३\sqrt{२०}$ का घनमूल इत्यादि ॥

अथ त्रैराशिक

इस गणित का नाम त्रैराशिक इस कारण से है कि इसमें तीन राशें जानी हुई होती हैं और उन से अज्ञात चौथी राशि जानी जाती है, जानो हुई तीन राशों में दो राशें तो एक जाति की और तीसरी राशि और जाति की होती है और उत्तर भी उसी जाति का आता है ॥

राशों के रखने की रीति ॥

वे तीन राशें एक अड़ी पंक्ति में रखी जाती है जैसे

क ग न

अब देखो कि इन में से उत्तर कौनसी जाति का आवेगा उसी जाति के राशि का तीसरे स्थान पर रक्खा और सोचा कि प्रश्न का उत्तर इस तीसरी राशि से अधिक आवेगा वा न्यून कदाचित् अधिक आता देखो तो उन एक जातिकी दो राशों में से बड़ी राशि को दूसरे और छोटी को पहले स्थान पर रक्खो पर उत्तर तीसरी राशि से छोटा जाना जाय तो छोटी राशि को दूसरे और बड़ी को पहले स्थान पर स्थापन करो इस प्रकार से प्रश्नकी राशों को रखकर देखो कि पहले और दूसरे स्थान वाली एक जाति की राशों में हीन और उच्च जाति का तो भेद नहीं कदाचित् हो तो उन दोनों को एक जाति कर लो और तीसरी मिश्र राशि हो तो उसमें जो हीन जाति हो उसी जाति की तीसरी राशि कर लो ॥

दूसरे और तीसरे स्थान वाली राशों को आपस में गुणाकरके उस गुणनफल में पहली राशि का भाग दो जो लब्धि मिले वही उत्तर होगा परंतु तीसरी राशि को हीन जाति किया हो तो उत्तर भी हीन जाति का होगा उसको उच्च जाति करनी होगी ॥

इस बात को भी ध्यान में रखो कि पहली राशि में जिस संख्या का निश्शेष भाग लगता हो उसका दूसरी और तीसरी में से किसी राशि में निश्शेष भाग लग जाय तो भाग देके उन लब्धियों को अपने २ स्थान पर रखलो फिर भी इसी रीति से देखो कि पहली राशि में जिसका भाग लगता हो उसका दूसरी वा तीसरी में से किसी में लग सके तो फिर भी भाग दो इस क्रिया को यहां तक करते जाओ कि पहली और शेष दो राशों में सिवाय एक के किसी और संख्या का भाग न लग सके ॥

उदाहरण ॥

(१) प्रश्न

एक काम को ६ मनुष्य दस दिन में करते हैं तो उसीको बारह के दिन में करेंगे ॥

मनुष्य
१२

मनुष्य
६

दिन
१०

६
१२) ६० दिन ५ उत्तर
६०
००

(२) प्रश्न

दो रुपये चार आने मन गुड़ है तो एक रुपये का कितना
अवेगा ?

उदाहरण ॥

रुपया	:	रुपया	::	गुड़
२।		१।		१५मन
१६		१६		४०
<hr/>		<hr/>		<hr/>
६२		१६		४०
४		४०		
<hr/>		<hr/>		
६६		६४०		

६६) ६४० (१७ सेर

२६

२८०

२५२

२८

१६

१६८

२८

४४८

६६) ४४८ (१२ छटांक

२६

८८

७२

१६

उत्तर सेर १७, छटांक १२ $\frac{४}{६}$

(३) प्रश्न

सबह रुपये छः आने तोना सोने का भाव है तो साढ़े चार तोले कितने का आवेगा ?

$$\begin{array}{r}
 १॥: ४॥ ६) :: १७१/ \\
 \hline
 १२ \quad १२ \quad \quad १६ \\
 १२ \quad ४८ \quad \quad १०२ \\
 \hline
 \quad ६ \quad \quad १७ \\
 \hline
 \quad ५४ \quad \quad २७२ \\
 \hline
 \quad \quad ६ \\
 \hline
 \quad \quad २८८ \\
 \hline
 \quad \quad १४ \\
 \hline
 \quad \quad १११२ \\
 \hline
 \quad \quad १३६०
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 १८) ११०१२ \\
 १२७१ (७८॥) उत्तर \\
 \hline
 ११२ \\
 \hline
 १३१ \\
 \hline
 १२८ \\
 \hline
 ३
 \end{array}$$

(४) प्रश्न

एक कूर को कितने ही मनुष्य दश दिन में खादते हैं जब कि दिनमान छः घंटे का है और दिनमान ८ घंटे का होवे तो वे ही मनुष्य उसको कितने दिनों में खादेंगे ?

उदाहरण ॥

घंटा	घंटा	दिन
८	६	१०
१० × ६	५ × २ × ६	५ × ६
८	४ × २	४
५ × ३	१५	२

$$= \frac{10 \times 6}{8} = \frac{5 \times 2 \times 6}{4 \times 2} = \frac{5 \times 6}{4} = \frac{5 \times 3}{2} = \frac{15}{2} = \text{दिन } 7\frac{1}{2} \text{ उत्तर}$$

(५) प्रश्न

सताईस हाथ ऊंची भीत बनानी थी उस में से नौ हाथ तो १२ मनुष्यों ने छः दिन में बना दो अब शेष भीत को चार दिन में बनाना चाहें तो कितने मनुष्य लगाने चाहियें ?

दिन	दिन	मनुष्य
४	६	१२
१२ × ६	४ × ६ × ६	६ × ६
४	४	१

$$\frac{12 \times 6}{4} = \frac{4 \times 6 \times 6}{4} = \frac{6 \times 6}{1} = 36 \text{ मनुष्य}$$

ये ३६ मनुष्य चार दिन में ६ हाथ बनाते हैं शेष १८ हाथ को इन से दूने ७२ मनुष्य बना सकेंगे ॥

(६) प्रश्न

किसी मनुष्य की बरसोंड़ी के ८०१) रुपये हैं उसे अठवाड़े का क्या देना चाहिये यहां ५२ अठवाड़ों का एक वर्ष जानो ?

उत्तर १६॥) २ १०
१३

(७) प्रश्न

तीस मनुष्य एक खेत को ग्यारह दिन में काटें तो वैसे चार खेतों को उस समय के पंचमांश में कितने लोग काट सकेंगे ? उत्तर मनुष्य ६००

(८) प्रश्न

एक बैल की चराई प्रति दिन ११ पाई हो तो माल भर में ग्यारह बैलों की क्या हो,गी यहां साल ३६५ दिनों का जाने ? उत्तर ४८०॥३॥ ५ पाई ॥

(९) प्रश्न

सत्ताईस गायें एक खेत को घास को बारह दिन में चरती हैं तो चालीस गायें उसी खेत की घास को कितने दिनों में चरेंगी ? उत्तर दिन ८१/४

(१०) प्रश्न

एक गठ में कुछ सिपाही घिर गये उनके पाम जो सामान था उसमे से प्रति दिन फी सिपाही को २० छटांक के हिमाब से दिया जाता तो पांच महीने तक खाने को होता पर १२ छटांक के हिसाब से दिया गया कहे कितन समय को वह सामान हुआ होगा ? उत्तर महीने ८ दिन १०

(११) प्रश्न

किसी घरती का महमूल फी बीघे साल भर में २३/६ पाई देना पड़ता है इस हिसाब से तीन महीने में पांच सौ बीघे पर क्या देना पड़ेगा ? उत्तर २८५/६ पाई ॥

(१२) प्रश्न

हर एक आदमी को एक महीने में १५) ६ पाई मिलती है तो बत्तीस महीने में ६४० आदमियों को क्या मिलेगा ?

उत्तर २८८००)

(१३) प्रश्न

किसी काम को दस मनुष्य बारह दिन में कर सकते हैं उसी को तान दिन में के मनुष्य कर सकेंगे?)—उत्तर मनुष्य ४०

(१४) प्रश्न

भवा रुपये के माल पै तीन आने छः पाई महमूल लगता हो तो नो सो बत्तीस रुपये दो आने आठ पाई के माल पै क्या लगेगा ? उत्तर १६६) ४ पाई

(१५) प्रश्न

माछे सात सौ संतूकों में २२५० कीलें लगती हैं तो बारह हजार में कितनी लगेंगी ? उत्तर ३६०००

(१६) प्रश्न

बाग़ह सेर खांड २॥४) की आती है तो तेरह मन बत्तीस सेर कितने की आवेगी ? उत्तर १३८)

(१७) प्रश्न

तीन हाथ चौड़ा और साठे इक्कीस गज लम्बा कपड़ा अस्तर के लिये है और उस के अबर के छींट का अरज़ डेढ़ हाथ है तो उस अस्तर के लिये कितनी छींट लेनी चाहिये ?

उत्तर छींट गज ४३

(१८) प्रश्न

बारह हाथ लम्बा और उतना ही चौड़ा एक बिछौना बनवाना है उस में साढ़े चार हाथ चौड़ी दरी कितने हाथ लगेगी ? उत्तर हाथ ३२

(१९) प्रश्न

एक रुपया पांच आने एक अठवाड़े में लगते हैं तो १२५ कितने दिनों में खर्च होंगे यहां एक महीना चार अठवाड़ों का माना है ? उत्तर महाने २३ अठवाड़े ३ दिन १३

(२०) प्रश्न

एक ज़मींदार के साल भर में १७३६ रुपयों की आमद है और रुपये पीछे १६३ खर्च पड़ता है तो साल भर में खर्च देके उसे कितने रुपये बचेंगे ? उत्तर १४३२) ८ पाई

(२१) प्रश्न

देवदत्त ने यज्ञदत्त को २५० रुपये सात महीने को बेव्याज दिये परंतु फिर देवदत्त यज्ञदत्त से ३०० रुपये बे व्याज चाहन लगा तो कहा वे तीन सौ रुपये कितने दिन रहने चाहियें जिस में उनका व्याज उतनाही हो जितना कि ठाई सौ रुपये का सात महीने में होता है ? उत्तर ८० ५ अठ० ३दि० २३

(२२) प्रश्न

एक बज्जाज़ ने कपड़े की चार गठड़ियां सत्ताईस र गज़ के चार चार थान की मोल लीं हर एक थान का मोल २०) है

अब सब माल की कीमत बताओ और कहो वह कपड़ा क्या गज पड़ेगा ? उत्तर सब माल का मोल ३२४)

फ़ी गज दाम ॥)

(२३) प्रश्न

बारह गिरह के गज से एक हजार गज कपड़ा ११२॥) को खरीदा अब उसको बीस गिरह के गज से बेचना चाहते और यह भी चाहते हैं कि सब माल में साठे बारह रुपये नफ़ेके बच जावें तो कहो फ़ी गज के क्या दाम हुये ? उत्तर ॥) ४ पाई ॥

(२४) प्रश्न

१८६॥) का १८ मन कृत्तीस सेर तेल खरीदा उस में से दो मन पाच सेर छीज गया अब चाहते हैं कि बाकी में १८६ रुपये उठजावें तो कहो वह तेल क्या सेर बेचना चाहिये ? उत्तर ॥) ६५^४/_{६५}

(२५) प्रश्न

एक मन तेईस सेर घी ४१॥) का खरीदा उस में कितनी छाछ मिलानी चाहिये कि जिस से सेर भर घी की कीमत नौ आने रह जाय ? उत्तर सेर १५^४/_३

(२६) प्रश्न

तीस सेर बोफ़ ले जाने के लिये बीस कोस का भाड़ा १॥) देना पड़ता है तो १॥५६ का ८४ कोस के लिये क्या देना पड़ेगा ? उत्तर रु० १५॥) ४^८/_{३५}

(२७) प्रश्न

एक मनुष्य तीन महीने में इतना कमाता है जितना कि चार महीने में वह खर्च कर सके और उसकी छः महीने की कमाई १५०॥॥ है कहे साल भर में उसे क्या बचेगा ?

उत्तर रु० ७५॥॥

(२८) प्रश्न

एक साहूकार ने अपने आठतिये की माँजे जोड़ी ४०० और गजो १६५० गज भेजो उन में से मोजो की दर फी जोड़ी ॥६ पाई और गजो की फी गज ॥३ पाई थी उसके पलटे में आठतिये ने खांड ८॥५ ८ फी सेर ॥८ पाई की दर को और गुड़ १८॥५ फी सेर ॥४ पाई की दर का भेजा अब बताओ कि किसको कितने का माल ज़ियादः पहुँचा ? उत्तर रु० ३०॥॥ ६ पाई का माल साहूकार का आठतिये की तरफ ज़ियादः पहुँचा ॥

अनेक अनुगत ॥

चैराशिक का वर्णन कर चुके अब आगे पंचराशिक आदि अनेक अनुपातों का वर्णन करते हैं जैसे चैराशिक में तीन राशें जानी हुई होतीं और उन से चौथी राशि जानी जाती है वैसे ही पंचराशिक के प्रश्न में पाँच राशें ज्ञात होतीं और उन से छठी राशि जानी जाती है वही पंचराशिक का इच्छा फल होता है ॥

चैराशिक के गणित में तो दोनों राशें एक आड़ी पंक्ति में लिखी जाती हैं पर पंचराशिक के गणित में पाँचों राशों का दो आड़ी पंक्तों में इस क्रम से लिखते हैं कि तीन ए पर की पंक्ति

में और दो नीचली में हैं प्रश्न को राशों में देखो उत्तर किस जाति की राशि का आवेगा उसी जाति की राशि को ऊपर की पंक्ति के तीसरे स्थान में रखो उसे प्रमाणफल जानो और चार शेष राशों में से एक जाति की दो राशों को लेकर चैराशिक की रीति से अनुमान करलो कि उत्तर की राशि प्रमाणफल से छोटी आवेगी वा बड़ी, बड़ी आती देखे तो जो एकजातिकी दो राशें ली है उन में से छोटी राशि को ऊपर की पंक्ति के पहले स्थान में और बड़ी को उसी पंक्ति के दूसरे स्थान में रखो और छोटी आती जान पड़े तो उन्हीं दो राशों में से बड़ी को पहले में और छोटी को दूसरे स्थान में स्थापन करो इस प्रकार ऊपर की पंक्ति में तीनों राशें अपने २ स्थान पर रखकर एक जाति की शेष दो राशों को नीचे की पंक्ति में रखो उनके रखने का क्रम यह है कि दोनों वे और ऊपर वाली पंक्ति के तीसरे स्थान की राशि लेकर उन तीनों को चैराशिक की तीन राशें मानलो इस चैराशिक में भी उत्तर ऊपरवाली पंक्ति की तीसरी राशि की जाति का जानो और रूपवाली पंक्ति के पहले दूसरे स्थानवाली राशों से कुछ प्रयाजन मत रखो फिर विचार करके देखो कि यहाँ उत्तर अपनी जाति की राशि से अधिक आवेगा वा न्यून अधिक आता देखो तो शेष एक जाति की उन दो राशों में से छोटी राशि को नीचे की पंक्ति के पहले स्थान में और बड़ी को दूसरे स्थान में रखो और स्वल्प आती देखे तो बड़ी को दूसरी पंक्ति के पहले स्थान में और छोटी को दूसरे स्थान में रखो इसी रीति से पंचराशिक की पांच राशों को दोनों पंक्ति में अपने २ स्थान में स्थापन करके ऊपर की पंक्ति में दूसरे स्थान की राशि को तीसरे स्थान वाली राशि

से गुणा करदो और उस गुणनफल को नीचली पंक्ति की दूसरी राशि से गुणा करके उसे प्रथम गुणनफल जानो ॥

और ऊपरवाली पंक्ति की पहली राशि को नीचली पंक्ति की पहली राशिसे गुणाकर उसगुणनफल का दूसरा गुणनफल मानो ॥

प्रथम गुणनफल में दूसरे गुणनफल का भाग देने से जो लब्धि मिले वही पंचराशिक के प्रश्न का उत्तर होगा परंतु प्रथम यह सोचलेना चाहिये कि जिन राशियों के घात से भाज्य और भाजक रूप दोनों गुणनफल बने हैं उन में से भाजक और भाज्य की राशियों में कोई दो राशि तुल्य हों तो उन्हें निकाल डालो और भाजक की किसी राशि में जिस संख्या का पूरा भाग लग जाता हो उसी का, भाज्य की भी किसी राशि में पूरा भाग लगसके तो उन राशियों में भाग देने से जो लब्धि मिले उन्हें ही उन राशियों की जगह पर रखो फिर भी संभव हो तो भाज्य और भाजक की राशियों में भाग देकर लब्धि ले लो जब जाने कि भाज्य और भाजक के अवयवों की राशियों में एक से सिवाय किसी और का भाग नहीं जा सकता उन्हें अपने २ स्थान में रखकर पूर्व रीति से गुणा करके प्रथम और दूसरा गुणनफल बना लो ॥

भाज्य और भाजक के अवयवों की राशियों में हीन उच्च-जाति का भेद हो तो प्रथम एक जाति करके फिर उसे प्रथम और दूसरा गुणनफल बनाओ ॥

(१) प्रश्न

जिस कुटुम्ब में ६ मनुष्य हैं उसके खर्च में १२०) आठ महीने में लगते हैं तो इसी प्रमाण से जिस कुटुम्ब में २४ मनुष्य हों उसका १६ महीनों में क्या खर्च बैठेगा ॥

यहां १२० रुपयों का है इस से उत्तर में भी रुपये आवेंगे इसलिये रुपयों की संख्या १२० को ऊपर वाली पंक्ति के तीसरे स्थान में रखो ॥

६ और २४ दोनों मनुष्यों की संख्या है इस कारण ये एक जाति की हैं इन में मनुष्य मनुष्य रुपये देखो कि नौ मनुष्यों ६ : २४ :: १२० प्रथम पंक्ति के खर्च से २४ मनुष्यों महीने महीने २४ का खर्च सिवाय पड़े- ८ : १६ २८८० दूसरी पंक्ति गा इस कारण इनमें १६ से अधिक राशि २४ ०२ ०२) ४६०८० (६४० रु० के ऊपर की पंक्तिके ४३२ दूसरे स्थान में और २८८ ६ को उसी छोटी पंक्ति २८८ के पहले स्थान में ००

स्थापन करे फिर ८ और १६ ये महीनों की संख्या हैं इन में भी बिचारो तो ८ महीनों से १६ महीनों में अधिक खर्च पड़ेगा इसलिये इन में से बड़ी राशि १६ को नीचे की पंक्ति के दूसरे स्थान में और छोटी ८ को उसी पंक्ति के पहले स्थान में रखो इस रीति से पांचों राशियों को अपने २ स्थान में स्थापन कर लो अब १२० और २४ के गुणनफल २८८० को १६ से गुणा करने से हुए ४६०८० यह प्रथम गुणनफल हुआ ॥

६ को ८ से गुणा किया तो ०२ हुए यही दूसरा गुणनफल हुआ फिर प्रथम गुणनफल ४६०८० में दूसरे गुणनफल ०२ का भाग देने से लब्धि ६४० रुपये मिले यही उत्तर हुआ ॥

दूसरी रीति से उदाहरण ॥

$$६ : २४ :: १२०$$

$$८ : १६$$

$$\frac{१२० \times २४ \times १६}{६ \times ८} = \frac{४० \times ३ \times ८ \times ३ \times १६}{३ \times ३ \times ८} = \frac{४० \times १६}{१}$$

= ६४० उत्तर के रूपमें मिले ॥

(२) प्रश्न

सोलह छोड़े नौ मन दाना ६ दिन में खाते हैं तो २४ मन दाना सात दिन में कितने छोड़े खायेंगे ?

उदाहरण ॥

$$६ : २४ :: १६$$

$$७ : ६$$

$$\frac{१६ \times २४ \times ६}{६ \times ७} = \frac{१६ \times ८ \times ३ \times ३ \times २}{३ \times ३ \times ७} = \frac{१६ \times ८ \times २}{७}$$

$\frac{२५६}{७} = ३६\frac{४}{७}$ यही उत्तर हुआ ॥

सप्तराशिक आदि की रीति ॥

सप्तराशिक में सात राशें ज्ञात और आठवीं अज्ञात नव-राशिक में नौ ज्ञात और दसवीं अज्ञात इसी प्रकार एकादश राशिक में ग्यारह ज्ञात और बारहवीं अज्ञात होता है। पंच-राशिक की रीति से पांच राशों को रखकर उनसे सिवाय जो सप्तराशिक की और दो राशें एक जाति की हैं उन्हें तीसरी

पंक्ति में पूर्वोक्त रीति से रखवो नवराशिक हो तो उन से सिवाय जा और दो राशें हों उनको चौथी पंक्ति में रखवो और एकादशराशिक आदि में जो एक जाति की दो दो राशें बढ़ती जायें उन्हें नाचे २ की पंक्तों में रखते चले जाओ ॥

सब पंक्तियों के दूसरे स्थान की राशों का घात करके उसे तीसरे स्थान की राशि से गुणा कर दो वह प्रथम गुणनफल और प्रथम स्थान की राशों का घात दूसरा गुणनफल होगा फिर पूर्वोक्त रीति से लब्धि लाते उतर जानो ॥

इन गणितों में भी भाज्य और भाजक के अवयवों की तुल्य दो राशें आन पड़ें तो उन्हें निकाल डालो या उन में भाग देने को प्राप्ति हो तो भाग डेलो और होन उच्चजाति का भेद हो तो एक जाति करलो ॥

(३) प्रश्न

सात गज लम्बे दो गज चौड़े पांच थान ७५ रुपयों के आते हैं तो वैसे ही कपड़ के छः गज लम्बे तीन गज चौड़े तेरह थान कितने में आवेंगे ?

उदाहरण ॥

थान	५ : १३ :: ७५ रु०
लम्बे	७ : ६
चौड़े	२ : ३

$$\frac{७५ \times १३ \times ६ \times ३}{५ \times ७ \times २} = \frac{१५ \times ५ \times १३ \times ३ \times २ \times ३}{५ \times ७ \times २} =$$

$$\frac{१५ \times १३ \times ३ \times ३}{७} = \text{उत्तर रु० २५०॥३॥ ५१}$$

(४) प्रश्न

२४ गज टोले को आठ जने ६ दिन में खोदते हैं तो
अठारह गज टोले को तीन दिन में कितने मनुष्य खोदेंगे ?

उत्तर मनुष्य १२

(५) प्रश्न

दो मनुष्य बारह बांस लम्बी खाई छः दिन में खोदते हैं
तो अठारह जने चौदह दिन में कितने बांस खाई खोदेंगे ?

उत्तर २५२ बांस

(६) प्रश्न

६३६ सिपाही ३५१ मन मेहूँ ७ महीने में खाते हैं तो इस
हिसाब से १४६४ सिपाही नौ महीने में कितने मेहूँ खावेंगे ?

उत्तर ७०३॥५४-६२५
२१६१

(७) प्रश्न

किसी मकान के फर्श में बारह हाथ लम्बे और उतने हाथ
चौड़े ५४० चौक लगते हैं तो दस हाथ लम्बे और आठ हाथ
चौड़े कितने लगेंगे ?

.... उत्तर चौक ६७२

(८) प्रश्न

दस घंटे के दिनमान में एक मनुष्य दस दिन में डेढ़ सौ
कोस जाता है, सोलह घंटे का दिनमान होगा तो वही
मनुष्य तीन सौ कोस के दिन में जावेगा ? उत्तर दिन १२½

(६) प्रश्न

एक गुड़ की भेलों सात मनुष्यों को बारह दिन के लिये
होती है तो इसी प्रमाण से चौदह जनों को बरस दिन के लिये
कितनी भेलियां चाहियें यहां ३६५ दिन का बर्ष जानो ?

उत्तर भेलियां ६० $\frac{१}{२}$

(१०) प्रश्न

८ घंटे के दिनमान में पवाम मनुष्य एक कुस को दस दिन
में खोदते हैं, छः घंटे का दिन होगा तो १२० मनुष्य कितने
दिनों में खोदेंगे ? उत्तर दिन $५\frac{१}{२}$

(११) प्रश्न

एक गठ को शत्रु की सेना ने आघेरा उस में हजार मनुष्य
थे और अठारह छटांक के अनुमान से उनके लिये अठारहस
दिन का सामान था परंतु ६०० मनुष्य उनके पास और आगये
और उन सबों को ४२ दिन घरे में रहना पड़ा कहां प्रति
मनुष्य कितना २ खाने को मिला होगा ? उत्तर छटांक $८\frac{१}{२}$

(१२) प्रश्न

छः दरज़ी दस जोड़े कपड़े ४ दिन में सीव कर तैयार
करते हैं तो बांस दरज़ी सात दिन में कितने जोड़े कपड़े
बनावेंगे ? उत्तर जोड़े $५८\frac{१}{२}$

(१३) प्रश्न

छः लेखकों की लिखाई के दाम २१ अठवाड़ों में डेढ़ सो
रुपये होते हैं तो चौदह लेखकों की लिखाई के दाम ४६ अठ-
वाड़ों में क्या होंगे ? उत्तर रु० ७६॥८) ८ पाई

(१४) प्रश्न

एक मन चार छटांक पै छेठ सौ कोस का भाड़ा ४॥ ४
पाई लगता है तो एक मन चौदह सेर एक छटांक पै ६४ कोस
का क्या लगेगा ? उत्तर रु० २॥ ० पाई १२९
२४॥५

(१५) प्रश्न

२३० गज लम्बी ३ गज ऊंची और दो गज के आसार की
दीवार को २४८ मनुष्य ग्यारह घंटे के दिनमान के पांच दिनों
में बनाते हैं तो ४२० गज लम्बी पांच गज ऊंची और तीन गज
के आसार की भीति को २४ मनुष्य ६ घंटे का दिनमान हो
तो कितने दिनों में बनावेंगे ? उत्तर दिन २८८ घंटे २१३

अथभिन्नरीति

सम्पूर्ण पदार्थ का एक मान के जो उसके एक वा अधिका
भाग लिये जाते हैं उनके जतलानेवाली संख्या को भिन्न कहते
हैं उसका रूप एक आड़ी लकीर के ऊपर नीचे दो संख्याओं
के लिखने से सूचित किया जाता है जैसा $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ आदि जानो
इन दोनों में से लकीर के नीचे की संख्या को हर वा छेद कहते
हैं उस से यह बात जानी जाती है कि रूप वा सम्पूर्ण पदार्थ
के उतने तुल्य खण्ड बिये हैं और ऊपर वाला संख्याको अंश वा
भाग वा लव कहते हैं उस से यह जाना जाता है कि उस
सम्पूर्ण पदार्थ में से उतने तुल्य भाग लिये हैं जैसा $\frac{3}{4}$ इस से
यह बात जानी जाती है कि किसी सम्पूर्ण पदार्थ को एक मान
कर उस के तीन तुल्य खंड किये हैं और उन तीनों में से दो
खंड लिये हैं ॥

साधारण से भिन्न का अर्थ यह है कि एक चीज़ के जो तुल्य खण्ड किये हैं वे प्रत्येक भिन्न कहाते हैं जैसे एक बांसके तुल्य दो खण्ड करोगे तो प्रत्येक खण्ड आधा २ तीन खण्ड करोगे तो तृतीयांश कहावेगा इसी तरह चौथा खण्ड चतुर्थींश पांचवां पंचमांश छठा षष्ठांश सातवां सप्तमांश आठवां अष्टमांश नवां नवमांश ऐसेही दशवां ग्यारहवां सोलहवां तीसवां आदि जानो ॥

जैसा $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}$ आदि लिखने से उस चीज़ के हर की संख्या के तुल्य खण्ड जानो उन में से जितने खण्ड लिये जाते हैं उतनी संख्या अंश की जगह लिखी जाती है जैसा एक बांस के तुल्य पांच खण्ड करके उन में से दो लेवें तो उन्हें इस रीति से लिखेंगे $\frac{2}{5}$ और पांचवें भाग दो कहेंगे क्योंकि वे उसी एक पदार्थ के पांचवें भाग दो है कुछ दो पदार्थों का पांचवां भाग नहीं है ॥

समभिन्न, विगमभिन्न, भागजाति, प्रभागजाति, भागानुबंध, मिश्रभिन्न, भिन्नो का ये छः रंज्ञा है ॥

(१) सम भिन्न उसे कहते हैं, जिस में हर से अंश छोटा हो ॥

जैसा $\frac{3}{4}, \frac{8}{9}, \frac{4}{5}$ ॥

(२) विगम भिन्न उसे कहते हैं जिस में अंश और हर दोनों तुल्य हों वा हर से अंश बड़ा हो ॥

जैसा $\frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{11}{9}$ आदि परंतु यह भी जानो कि जिसभिन्न में अंश और हर दोनों तुल्य हो वह पूरे एक के तुल्य होगा ॥

(३) भागजाति वह है जिस में एक हर और एकही अंश हो चाहे वह समभिन्न हो, चाहे विगमभिन्न, जैसा $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

(४) प्रभागजाति वा भागप्रभाग, भिन्न के भिन्न को कहते हैं ॥ जैसा $\frac{2}{3}$ का $\frac{1}{4}$ । $\frac{1}{2}$ का $\frac{3}{4}$ आदि ॥

(५) भागानुबंध में पूर्णरूप और भिन्न मिला हुआ होता है ॥ जैसा $2\frac{1}{4}$ $10\frac{1}{2}$ आदि ॥

(६) मिश्र भिन्न उसे कहते हैं जिसको हर और अंश दोनों या दो में से एक में भिन्न हो वा भागानुबंध हो ॥

जैसा $\frac{1}{2}$ वा $\frac{3}{4}$ वा $2\frac{1}{4}$ वा $10\frac{1}{2}$ आदि

६४

७५

जिस संपूर्ण संख्या का नीचे कोई हर न हो उसे भिन्न करना हो तो उसके न के एक को हर करदेते हैं ॥

भिन्न संख्याओं के रूप भेदकरने की रीति ॥

भिन्न संख्याओं के रूपांतर होने से भिन्न का रूप भेद हो जाता है उसका ढाड़ने छटाने आदि में काम पड़ता है ॥

प्रथमप्रकार ॥

लघुतम रूप बनाना ॥

भिन्न संख्या का लघुतम रूप करने की यह रीति है कि भिन्न के अंश और हर में किसी एक संख्या का निश्चय भाग लग सक्ता हो तो लब्धि लेकर अंश की लब्धि को अंश, और हर की लब्धि को हर मानो फिर भी किसी का भाग लगता देखो, तो भाग लेकर लब्धि ले लो; ऐसे ही अंश और हर में भाग देते चले जाओ, जब तक कि अंश और हर ऐसे होजावें कि उन में एक से सिवाय किसी संख्या का भाग न लग सके वही भिन्न, पूर्व भिन्न का लघुतम रूप होगा ॥

अथवा ॥

अंश और हर में से, जो छोटी संख्या हो, उस का बड़ी संख्या में भाग दो, जो शेष बच रहे, उसका छोटी संख्या में जो पहले भाजक था, भाग दो और उसका जो शेष बचे, उसका पूर्व शेष में भाग दो, इसी रीति से शेष का पूर्व शेष में, भाग देते चले जाओ जिस शेष का पूर्व शेष में निश्शेष भाग लग जाय उस संख्या का, भिन्न के अंश और हर, दोनों में भाग देने से, भिन्न का लघुतम रूप हो जायगा यह अपवर्तन की रीति कहाता है। जिसका भाग देते हैं उसे अपवर्तक और जिन्हें भाग देकर लघु करते हैं उन्हें अपवर्त्य कहते हैं ॥

१ उदाहरण ॥

$\frac{188}{280}$ इस भिन्न का लघुतम रूप बताओ ॥

(२) (२) (३) (२) (२)

$\frac{188}{280} = \frac{94}{140} = \frac{47}{70} = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$ यही लघुतम रूप है ॥

वा

१४४) २४० (१

१४४

९६) १४४ (१

९६

४८) ९६ (२

९६

०

१४४ ÷ ४८

२४० ÷ ४८

३

५

यही लघुतम रूप पहले भी आया था ॥

६ उदाहरण ॥

(२)	४८ ५००	इसकालानुगतमरूपवताओ—	उत्तर	१०
(६)	१६० १८६	तथा—	उत्तर	१३
(४)	८०५ ६६०	तथा—	उत्तर	५५ ६४
(५)	२५२ ३६४	तथा—	उत्तर	६३ १३
(६)	१३४४ १५३६	तथा—	उत्तर	७ ६
(७)	५४४६ ५८६४	तथा—	उत्तर	२३ २८
(८)	१४०८ १६६४	तथा—	उत्तर	५१ ५३
(९)	७६३१ २६४१५	तथा—	उत्तर	१३ ४५
(१०)	४२२३० ८५५८२	तथा—	उत्तर	५६ ३४

दूसरा प्रकार ॥

भागानुबंध के रूप को सवर्णित करके बिम्ब भिन्न के
रूप बनाने का रीति ॥

भागानुबंध में जो रूप वा पूर्ण संख्या हो उसे भिन्नके हासे
गुणा करके, उस गुणनफल में, भिन्न का अंश जोड़ दो, और उसयोग
को अंश, और हर को छेद मान के, बिम्ब भिन्न का रूप मानो ॥

(१) उदाहरण २७^३ इसका बिम्ब भिन्न रूप कैसा होगा ?

$$\begin{array}{r}
 २७ \\
 ६ \\
 \hline
 ३४३ \\
 २४५ \quad ०४५ \\
 \hline
 ६ \quad \text{उत्तर} \quad ६
 \end{array}$$

(२)	१६	$\frac{३}{४}$ तथा	उत्तर	$\frac{६९}{४}$
(३)	२२	$\frac{१}{५}$ तथा	उत्तर	$\frac{१११}{५}$
(४)	५१४	$\frac{५}{१६}$ तथा	उत्तर	$\frac{८२२६}{१६}$
(५)	१००	$\frac{१६}{५६}$ तथा	उत्तर	$\frac{५६१६}{५६}$
(६)	४०	$\frac{५}{१३}$ तथा	उत्तर	$\frac{६१६}{१३}$

तीसरा प्रकार ॥

विषम भिन्न रूप से, भागानुबंध का रूप, वा पूर्ण रूप बनाने का रीति ॥

अंश में हर का भाग देने से जो लब्धि मिले, उस पूर्ण संख्या का दाहिनी ओर जो शेष रहे उसके नीचे हर रखके, लिख देते हैं, इस रीति से भागानुबंध का रूप हो जाता है ॥

(१) उदा० $\frac{६८१}{१६}$ इसका भागानुबंध में कैसा रूप होगा ?

(१६) ६८१ (६१ $\frac{५}{१६}$ उत्तर

६६

२१

१३

५

(२) $\frac{५६}{८}$ इसका भागानुबंध में कैसा रूप होगा ? उ० ।

(३) $\frac{१२४५}{२२}$ तथा $\frac{१३}{२२}$ उत्तर $\frac{१३}{२२}$

(४) $\frac{३८४८}{२१}$ तथा $\frac{५}{२१}$ उत्तर $\frac{१८३}{२१}$

(५) $\frac{५६००}{२५}$ तथा $\frac{०}{२५}$ उत्तर $\frac{२३६}{२५}$

(६) $\frac{६२१६१३}{५१४}$ तथा $\frac{१८०}{५१४}$ उत्तर $\frac{१२०}{५१४}$

चौथा प्रकार ॥

प्रभागजाति के रूप को भागजाति के रूप करने
की रीति ॥

प्रभागजाति में पूर्ण संख्या हो वा भागानुबंध का रूप हो तो उसे दूसरे प्रकार की रीति से बिध्मभिन्न कर लो फिर सब अंशों को आपस में गुणा करके एक संख्या कर उसको अंश मानो इसी प्रकार सब हरों के घात की संख्या को हरमानो और अंश के नीचे हर को रखने से जो होगा वही साधारण भिन्न का रूप होगा ॥

इस से पहिले इस बात का ध्यान रखो कि अंश और हर में जो एकसी दो राशें हों उन्हें निकाल डालो तथा जिन दो

अंश और हर में किसी एक संख्या का पूरा भाग लगता हो तो भाग देके लब्धि को उनकी जगह रख लो फिर प्रभागजाति से साधारण भिन्न का रूप बनाओ ॥

(१) उदा० $\frac{२३}{११}$ के $\frac{३}{३}$ का $\frac{२}{३}$ प्रभागजाति का रूप भागजाति में कैसा होगा ?

$$\frac{२ \times ३ \times ८}{३ \times ४ \times ११} = \frac{४८}{१३२} = \frac{४}{११} \text{ उत्तर}$$

अथवा ॥

$$\frac{२ \times ३ \times ८}{३ \times ४ \times ११} = \frac{२ \times ८}{४ \times ११} = \frac{२ \times २}{११} = \frac{४}{११} \text{ यह उत्तर पूर्व के तुल्य}$$

ही आया ॥

(२)	$\frac{3}{4}$	का	$\frac{3}{3}$	तथा — उत्तर	$\frac{9}{4}$	
(३)	$\frac{2}{5}$	का	$\frac{4}{4}$	तथा — उत्तर	$\frac{8}{5}$	
(४)	$\frac{5}{6}$	के	$\frac{3}{3}$	का	$\frac{2}{3}$	तथा — उत्तर	$\frac{10}{6}$
(५)	८	का	$\frac{2}{5}$	तथा — उत्तर	$\frac{16}{5}$	
(६)	१२	का	$\frac{3}{100}$	तथा — उत्तर	$\frac{36}{100}$	
(७)	१०	के	$\frac{4}{8}$	का	$\frac{5}{4}$	तथा — उत्तर	$\frac{140}{8}$

पांचवां प्रकार ॥

जिन भिन्नों के हर अलग २ हों उनके ऐसे रूपांतर करने की रीति कि वे भिन्न अपने पूर्व रूपों के तुल्य बने रहें और उन सबों के हर, एक से हो जावें ॥

रीति

कदाचित् भिन्न में कोई पूर्ण संख्या, या भागानुबन्ध, वा प्रमा-
गजाति हो तो उन्हें पूर्वोक्त रीति से साधारण भिन्नकरलो, फिर
प्रत्येक हर से अपना २ अंश छोड़कर शेष अंशों को गुणाकर
देा जो गुणनफल हों वे नवोन अंश होंगे और सब हरों के
घात से जो संख्या होगी वह समष्टिद रूप हर होगा ॥

(१) उदाहरण $\frac{1}{2} \frac{3}{4} \frac{8}{5}$ इनके ऐसे रूपान्तर बताओ कि
सबों के एक से हर हों ॥

$1 \times 4 \times 5 = 20$ यह नवोन अंश $\frac{1}{2}$ का है ॥

$3 \times 5 \times 5 = 75$ तथा $\frac{3}{4}$ का है ॥

$8 \times 5 \times 4 = 160$ तथा $\frac{8}{5}$ का है ॥

$2 \times 4 \times 5 = 40$ यह समष्टिद है ॥

प्रश्न में कथित भिन्नो के तुल्य नवोन भिन्न ये हैं ॥

$\frac{20}{40} \frac{75}{40} \frac{160}{40}$ यही प्रश्न का उत्तर है ॥

- (२) $\frac{2}{3} \frac{4}{5} \dots \dots$ तथा $\dots \dots$ उत्तर $\dots \dots \frac{10}{15} \frac{12}{15}$
 (३) $\frac{111}{238} \dots \dots$ तथा $\dots \dots$ उत्तर $\dots \dots \frac{12}{28} \frac{5}{28} \frac{6}{28}$
 (४) $\frac{1249}{2342} \dots \dots$ तथा $\dots \dots$ उत्तर $\dots \dots \frac{148}{2320} \frac{122}{2320} \frac{280}{2320} \frac{242}{2320}$
 (५) $\frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \dots \dots$ तथा $\dots \dots$ उत्तर $\dots \dots \frac{40}{120} \frac{30}{120} \frac{240}{120} \frac{40}{120}$
 (६) $\frac{111}{238} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \dots \dots$ तथा उत्तर $\dots \dots \frac{1344}{14080} \frac{140}{14080} \frac{1390}{14080} \frac{1110}{14080}$

समच्छेदकी दूसरीरीति ॥

भिन्नों के समच्छेद करने की ऐसी रीति कि जिस में रूप-
लघुतम हो ॥

१ लघुतम हर जानने की यह रीति है, कि जिन दो
हरों का घात करो उनका बड़ा अपवर्तक निकाल लो फिर उस
अपवर्तक का उन दोनों हरों के घात में भाग दो जो लब्धि
मिले उसका और तीसरे हर का बड़ा अपवर्तक निकालो लब्धि
और तीसरे हर के घात में उस अपवर्तक का भाग देकर
लब्धि लेलो और चौथा हर हो तो उस लब्धि और चौथे हर
के साथ पूर्वोक्त क्रिया करो इसी रीति से अंत में जाके जो
लब्धि मिले उसे ही लघुतम समच्छेद जानो ॥

२ लघुतम समच्छेद के लघुतम अंशों के लाने की यह
रीति है कि लघुतम समच्छेद में जिस भिन्न के पूर्व हर का
भाग देने से जो लब्धि मिले उस से उसी हरके अंश को गुणा
कर दो वह उस भिन्न का नवीन अंश होगा ऐसे ही और भिन्नों
के नये अंश जान लो और उन नवीन अंशों के नीचे समच्छेद
वही होगा जो पहले लघुतम समच्छेद आया है ॥

(१) उदा० $\frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \frac{4}{5}$ इन भिन्नों के सदृश और भिन्न बताओ
जिनके हर तुल्य हों ॥

$$\frac{2 \times 8}{2} = 8 \frac{8 \times 5}{2} = 12 \text{ यही लघुतम समच्छेद है ॥}$$

$$\frac{12}{2} \times 1 = 6, \frac{12}{8} \times 3 = 4, \frac{12}{5} \times 4 = 10$$

६, ६, १० ये नवीन अंश हुए और

- (३) एक रुपये के $\frac{1}{2}$ को पाई के रूप में लिखो . उत्तर $\frac{320}{100}$
 (४) एक मन के $\frac{1}{8}$ को छटांक करके लिखो . उत्तर $\frac{380}{100}$
 (५) महीने के $\frac{3}{4}$ को दिन करके लिखो .. उत्तर $\frac{60}{100}$
 (६) ॥३॥ को रुपये के रूप में लिखो उत्तर $\frac{30}{100}$
 (७) ५६॥ को मन के रूप में लिखो उत्तर $\frac{13}{100}$

सातवां प्रकार

किसी भिन्न का मिश्रित नीचे जाति में
प्रमाण जानने की रीति ॥

किसी जाति का भिन्न हो उसे उस संख्या से गुणा करो जिससे उसकी आसन्न हीन जाति होजाय और उस गुणनफल में हर का भाग देकर उस जाति की लब्धि लेलो जो शेष बचे उसे फिर उस संख्या से गुणा करो जिससे वह अपने आसन्नकी हीन जाति हो जावे उस में हर का भाग देकर उस जाति की लब्धि लेलो, ऐसे जहाँ तक हीन जाति मिले वहाँ तक करते चले जाओ और अन्त में शेष रहे उसके नीचे हर रख दो उन सब लब्धियों को क्रमसे रखने से प्रश्न का उत्तर होगा ॥

(१) उदा० एक आने के $\frac{1}{8}$ भाग का होन जाति में प्रमाणबताओ-

$$\begin{array}{r} 4 \\ 12 \\ 8 \overline{) 120} \\ 96 \\ \hline 24 \end{array}$$

पाई $\frac{24}{100}$ उत्तर हुआ ॥

(२) एक रुपये के $\frac{3}{4}$ का हीन जाति में क्या प्रमाण होगा ?

उत्तर १५)

- (३) एक मुहर के $\frac{2}{3}$ को क्या दाम होंगे ? इस प्रश्न में १६ रुपये को मुहर जानो उत्तर ३॥) १० $\frac{1}{2}$ पाई
- (४) एक गज के $\frac{4}{5}$ का क्या प्रमाण होगा ? २० हा० १ अंगुल $\frac{2}{3}$
- (५) एक पन्सेरी के $\frac{3}{4}$ को क्या तोल होगा ? ५० सेर १ छ० १४
- (६) एक मन के $\frac{5}{6}$ का क्या प्रमाण होगा ? ३० सेर ३१ छ० १ $\frac{1}{2}$
- (७) एक दिन के $1\frac{1}{3}$ का क्या प्रमाण होगा ? इस प्रश्न में ४ प्रहर का दिन मानो और $1\frac{1}{2}$ घड़ी का प्रहर .. उत्तर प्रहर २ घड़ी १ $\frac{1}{2}$

आठवां प्रकार

मिश्रभिन्न को साधारण भिन्न के रूप में
करने की रीति ॥

मिश्रभिन्न के अंश वा हर में अथवा अंश और हर दोनों में भिन्न राशि हो तो अंश के हर से हर के अंश को गुणा करने से हर, और हर के हर से अंश के अंश को गुणा करने से अंश होगा उन्ही अंश और हर से साधारण भिन्न का रूप बनेगा कदाचित् अंश वा हर में भागानुबंध हो तो पूर्वाक्त रीति से भागानुबंध को साधारण भिन्न के रूप में कर लो फिर उन अंश और हर से साधारण भिन्न बनाओ ॥

(१) उदा० $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{11}{12} \times \frac{12}{13} \times \frac{13}{14} \times \frac{14}{15} \times \frac{15}{16} \times \frac{16}{17} \times \frac{17}{18} \times \frac{18}{19} \times \frac{19}{20}$ इन मिश्र भिन्नों का रूप साधारण भिन्न करके बताओ ॥

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$ $\frac{2}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{2}{7}$ $\frac{2}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{2}{9}$ $\frac{2}{9} \times \frac{9}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5} \times \frac{10}{11} = \frac{2}{11}$ $\frac{2}{11} \times \frac{11}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{6} \times \frac{12}{13} = \frac{2}{13}$ $\frac{2}{13} \times \frac{13}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$ $\frac{1}{7} \times \frac{14}{15} = \frac{2}{15}$ $\frac{2}{15} \times \frac{15}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ $\frac{1}{8} \times \frac{16}{17} = \frac{2}{17}$ $\frac{2}{17} \times \frac{17}{18} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ $\frac{1}{9} \times \frac{18}{19} = \frac{2}{19}$ $\frac{2}{19} \times \frac{19}{20} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ उत्तर

(२) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{11}{12} \times \frac{12}{13} \times \frac{13}{14} \times \frac{14}{15} \times \frac{15}{16} \times \frac{16}{17} \times \frac{17}{18} \times \frac{18}{19} \times \frac{19}{20}$ इसका साधारण भिन्न करके रूप बताओ उत्तर $\frac{1}{20}$

(३) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{11}{12} \times \frac{12}{13} \times \frac{13}{14} \times \frac{14}{15} \times \frac{15}{16} \times \frac{16}{17} \times \frac{17}{18} \times \frac{18}{19} \times \frac{19}{20}$ तथा उत्तर $\frac{1}{20}$

(४) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{11}{12} \times \frac{12}{13} \times \frac{13}{14} \times \frac{14}{15} \times \frac{15}{16} \times \frac{16}{17} \times \frac{17}{18} \times \frac{18}{19} \times \frac{19}{20}$ तथा उत्तर $\frac{1}{20}$

(५) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{11}{12} \times \frac{12}{13} \times \frac{13}{14} \times \frac{14}{15} \times \frac{15}{16} \times \frac{16}{17} \times \frac{17}{18} \times \frac{18}{19} \times \frac{19}{20}$ तथा उत्तर $\frac{1}{20}$

(६) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{9}{10} \times \frac{10}{11} \times \frac{11}{12} \times \frac{12}{13} \times \frac{13}{14} \times \frac{14}{15} \times \frac{15}{16} \times \frac{16}{17} \times \frac{17}{18} \times \frac{18}{19} \times \frac{19}{20}$ तथा उत्तर $\frac{1}{20}$

अथ भिन्न संकलन ॥

भिन्न संकलन में पहले भिन्नों के साधारण भिन्न और हीन वृज्जति का भेद हो तो उनकी भी एक जाति कर ला फिर उन भिन्नों के पूर्वोक्त रीति से समष्टिद कर के उनके अंशों को जोड़ दो और उस योग के नीचे समष्टिद की संख्या का हर रख दो वही भिन्नों का योग होगा ॥

इस बात पर भी ध्यान रखो कि बड़े भागानुबन्धों, वा कई भागानुबन्धों और भिन्नों का योग करना हो तो उन

भागानुबन्धों को पूर्ण संख्याओं का अलग २ योग करके शेष भिन्नों को समच्छेद करके अलग योग करो वह योग विषम भिन्न हो तो उस में से पूर्ण संख्या अलग करके पहले पूर्ण संख्या के योग में जोड़ दो और शेष भिन्न को भागानुबन्ध की नाई उस योग के दाहिनी ओर रख दो ॥

(१) उदा० $२\frac{२}{३}$ इनका योग करके बताओ ॥

$$\left. \begin{array}{l} २ \times ४ = ८ \\ ३ \times ३ = ९ \\ \hline ३ \times ४ = १२ \end{array} \right\} \text{अंश हुए}$$

समच्छेद

इस कारण $\frac{८}{३} + \frac{९}{३} = \frac{१७}{३} = ५\frac{२}{३}$ यह योग हुआ

(२) $२\frac{१}{३}$ और $\frac{३}{४}$ का योग कहो

$२\frac{१}{३} = \frac{७}{३}$ और $\frac{३}{४}$ का $\frac{१}{२} = \frac{३}{६}$ इस कारण
 $\frac{७}{३} + \frac{३}{६}$ और $\frac{१४}{६}$ ये भिन्न हुए

$$\left. \begin{array}{l} ० \times ८ \times ५ = २८० \\ ३ \times ३ \times ५ = ४५ \\ ४ \times ३ \times ८ = ९६ \end{array} \right\} \text{अंश हुए}$$

$३ \times ८ \times ५ = १२०$ समच्छेद

$$\frac{\text{और } २८० \times ४५ \times ९६}{१२०} = \frac{४२१}{१२०} = ३\frac{६१}{१२०} \text{ उत्तर}$$

(३) $२०\frac{१}{३}$ आने $\frac{२}{६}$ पाई $१\frac{५}{३}$ इसका योग कहो

$$२०\frac{१}{३} = \frac{१ \times १६ \times १२}{३} = \frac{१९२}{३} \text{ पाई}$$

$$\text{आना } \frac{२}{६} = \frac{२ \times १२}{६} = \frac{२४}{६} \text{ पाई}$$

जोड़ने के योग्य ये भिन्न हुए $\frac{१२२}{७} + \frac{२४}{६} + \frac{५}{१२}$

लघु समष्टिद क्रिया से भिन्न के ये रूपान्तर हुए ॥

$$\frac{६६१२}{२५२} + \frac{६०२}{२५२} + \frac{१०५}{२५२} = \frac{६६१२ + ६०२ + १०५}{२५२}$$

$$= \frac{७२८९}{२५२} = \text{पार्व ६०} \frac{१२३}{२५२} = १) \text{ पार्व ६} \frac{१२३}{२५२} \text{ उत्तर}$$

- (४) $\frac{३}{४}$ और $\frac{५}{६}$ का योग क्या होगा ? उत्तर $\frac{६५}{२४}$
 (५) $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१}{३}$ तथा उत्तर $\frac{१५}{३}$
 (६) $\frac{२}{५}$, $\frac{१}{६}$ तथा उत्तर $\frac{१३}{३०}$
 (७) $\frac{५}{६}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{३}{४}$ का $\frac{१}{३}$ तथा उत्तर $\frac{८३}{३६}$
 (८) $\frac{३}{५}$, $\frac{१}{३}$ का $\frac{५}{६}$ और $\frac{३}{४}$ तथा उत्तर $\frac{१५१}{१२०}$
 (९) $\frac{६}{६}$ का $\frac{६}{१०}$, $\frac{१}{२}$ का $\frac{५}{६}$ और $\frac{७}{३}$ तथा उत्तर $\frac{१६५०६}{१५१२}$
 (१०) $\frac{५५}{२}$, $\frac{१}{३}$, $\frac{१०३}{७७}$, $\frac{६}{७}$, $\frac{२५६}{७}$ तथा उत्तर $\frac{१६८३५६}{३५५५५५}$
 (११) $\frac{१०००}{५}$, $\frac{२}{७४}$, $\frac{५}{६}$ और $\frac{६२२}{४५}$ तथा उत्तर $\frac{१०८१}{३५५५५५}$

(१२) एक अठ्ठाडे का $\frac{१}{३}$, एक दिन का $\frac{१}{४}$ एक घंटे का $\frac{१}{५}$
 इनका योग कहे उत्तर दिन २ घंटे १४ $\frac{१}{२}$

(१३) $\frac{२०}{३}$, $\frac{१५}{३}$ का $\frac{२}{३}$, $\frac{२०}{३}$, $\frac{३}{३}$, $\frac{२०}{३}$ के $\frac{५}{३}$ का $\frac{१}{३}$ आ $\frac{३}{३}$ का
 इनका योग कहे उत्तर ७॥॥

(१४) मन $\frac{६}{५}$ सेर $\frac{८}{५}$ छटांक $\frac{३}{५}$ इनका योग बताओ
 उत्तर मन ७ सेर १ छटांक $\frac{१३}{५}$

(१५) गज $४\frac{१}{५}$ हाथ $२\frac{३}{५}$ गिरह $\frac{१}{५}$ इनका योग बताओ ॥

उत्तर गज ५ हाथ १ गिरह $\frac{३}{५}$

भिन्न व्यवकलन की रीति ॥

संभय हो तो जिन भिन्नों का अन्तर करना हो पहले उनके समष्ट्येद पूर्वोक्त रीति से करलो और उन समष्ट्येद के भिन्नो/की अंशों का अंतर करके उनके नीचे समष्ट्येद की संख्या का हर लिख दो वही भिन्नो के अन्तर का प्रमाण होगा ॥

इस बात पे भी दृष्टि रखो कि बड़े भागानुबन्धों, वा भागानुबन्ध और साधारण भिन्नो का अन्तर करना हो, तो उनकी पूर्ण संख्याओं का पहले अन्तर करके अलग लिख लो और पहली राशि के भिन्न का मान जिसमें से दूसरी राशि को घटाना है उस दूसरी राशि के भिन्न के मान से बड़ा हो, तो भिन्न संख्याओं के अन्तर को पूर्वोक्त पूर्ण संख्या के अन्तर में जोड़ दो और छोटा हो तो घटा दो ॥

(१) उदा० $\frac{३}{५}$ और $\frac{१}{५}$ इनका अन्तर बताओ ॥

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times 5 = १५ \\ १ \times ५ = ५ \end{array} \right\} \text{अंश हुए}$$

$$१५ - ५ = १० \text{ हर}$$

$$\text{इसलिये } \frac{१५-५}{१०} = \frac{१०}{१०}$$

(२) $\frac{२}{३}$ और $\frac{३}{५}$ का $\frac{२}{५}$ इनका अन्तर क्या होगा ॥

$$\frac{२}{३} \text{ का } \frac{२}{५} = \frac{४}{१५} = \frac{२४}{३६} \text{ और } \frac{३}{५} = \frac{२४}{३६}$$

$$\text{इसलिये } \frac{२४}{३६} - \frac{२४}{३६} = \frac{१२}{३६} = \frac{१}{३} \text{ यही उत्तर हुआ ॥}$$

- (३) $\frac{2}{3}$ और $\frac{5}{6}$ का क्या अन्तर होगा ? .. उत्तर $\frac{1}{6}$
 (४) $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{3}$ इनका अन्तर बताओ ... उत्तर $\frac{1}{12}$
 (५) $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{3}$ इनका अन्तर बताओ उत्तर ... $\frac{1}{12}$
 (६) १६६ और १४ $\frac{3}{4}$ इनका अन्तर कहो .. उत्तर १५४ $\frac{3}{4}$
 (७) २१४ $\frac{1}{4}$ और १६ का $\frac{3}{4}$ इनका अन्तर क्या होगा ?

उत्तर २०१ $\frac{1}{4}$

- (८) ८ पाई $\frac{1}{2}$ और रुपया $\frac{1}{2}$ इसका अन्तर बताओ
 उत्तर पाई २ $\frac{1}{2}$

(९) दिन २ घंटे १४ $\frac{1}{2}$ इनके योग में से दिन $\frac{1}{2}$ और घंटे $\frac{1}{2}$ इनका योग घटाने से क्या शेष रहेगा ? .. उत्तर दिन २ घंटे ८

(१०) $\frac{1}{2}$ में से $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{4}$ के $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{4}$ और आने $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{4}$ इनका योग घटाया, तो क्या शेष रहेगा ?

उत्तर $\frac{1}{4}$ १ पाई $\frac{1}{4}$

(११) सेर ३१ छटांक १३ $\frac{1}{4}$ में से सेर ८ $\frac{1}{4}$ छटांक ३ $\frac{1}{4}$ का योग घटाने से क्या शेष रहेगा ?

उत्तर सेर २२ छटांक १२ $\frac{1}{4}$

(१२) गज ५ हाथ १ गिरह $\frac{1}{4}$ में से हाथ २ $\frac{3}{4}$ गिरह $\frac{1}{4}$ घटाने से, क्या रहेगा ? उत्तर गज ४ हाथ १

भिन्नगुणन ॥

गुण्य और गुणक के मित्रों को, साधारण भिन्न करने की आवश्यकता है। तो पूर्वोक्त रीति में कर लो फिर उनके अंशों को अंशों से और हरों को हरों से घात करने से दो पाल आवें उन्हीं को गुणनफल के अंश और हर जानो ॥

कदाचित् गुण्य और गुणक में से एक पूर्ण संख्या, और दूसरा बड़ा भागानुबंध हो तो पूर्ण संख्या से भागानुबंध को पूर्ण संख्या को अलग गुणा करके उसे पूर्ण संख्या मानो और भिन्न के अंश को गुणा करके गुणनफल में अपने हर का भाग देने से जो पूर्ण संख्या मिले उसे पहली पूर्ण संख्या में मिलाकर शेष भिन्न को उस संख्या के दाहिनी ओर रख दा वही भागानुबंध, गुणनफल होगा ॥

पूर्ण संख्याओं का गुणनफल गुण्य और गुणक से बड़ा होता है परंतु समभिन्नों का गुणनफल गुण्य और गुणक से छोटा होता है ॥

(१) उदाहरण $\frac{8}{5}$ और $\frac{5}{2}$ इन्हें आपस में गुणा करके गुणनफल बताओ ॥

$$\frac{8 \times 5}{5 \times 2} = \text{और } \frac{40}{10} = \frac{4}{1} = 4 \text{ यही उत्तर हुआ ॥}$$

(२) $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{2}$ इनका क्रम गुणन कहो

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \text{ और } 1\frac{1}{2} \text{ का } \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{5 \times 3 \times 1}{2 \times 2 \times 4} = \frac{15}{16}$$

(३) $\frac{4}{5}$ को, $\frac{3}{5}$ से, गुणा करके कहो उत्तर $\frac{12}{25}$

(४) $8\frac{1}{2}$ को $\frac{1}{2}$ से गुणाकर बताओ उत्तर $4\frac{1}{2}$

(५) ० के $\frac{1}{2}$ को $\frac{1}{2}$ से, गुणा तो क्या होगा ? उत्तर $0\frac{1}{4}$

(६) $1\frac{1}{2}$ का $2\frac{1}{2}$ से गुणा तो क्या होगा ? उत्तर $3\frac{3}{4}$

(७) $10\frac{1}{2}$ को $2\frac{1}{2}$ से गुणाकर बताओ उत्तर $25\frac{1}{2}$

(८) $1\frac{1}{2}$ को ५ के $\frac{1}{2}$ से गुणाकरो उत्तर $4\frac{1}{2}$

- (६) $\frac{3}{4}$ के $\frac{2}{3}$ को $\frac{2}{3}$ के $\frac{1}{2}$ से गुणा कर कहो उत्तर $\frac{2}{3}$
- (१०) $\frac{8}{9}$ का $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{3}$ का $\frac{8}{9}$ इन का क्रम गुणन करके कहो.... उत्तर $\frac{8}{27}$
- (११) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ और $\frac{3}{4}$ का $\frac{3}{8}$ इनका क्रम गुणन करके फल बताओ उत्तर $\frac{1}{8}$
- (१२) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ का $\frac{2}{3}$ इनका गुणनफल कहो उत्तर $\frac{1}{2}$
- (१३) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{4}$ इनका क्रम गुणनफल कहो उत्तर $\frac{1}{24}$
- (१४) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{4}$ इनमें भी क्रम से गुणा कर गुणनफल बताओ उत्तर $\frac{1}{24}$
- (१५) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{5}$ का $\frac{1}{6}$ इनका भी क्रम गुणनफल बताओ.... उत्तर $\frac{1}{360}$
- (१६) $\frac{1}{2}$ का $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ का $\frac{1}{4}$ और $\frac{1}{4}$ का $\frac{1}{5}$ इनका क्रम गुणनफल कहो उत्तर $\frac{1}{120}$

भिन्नभाग ॥

संभव हो तो भाज्य और भाजक दोनों को पहले को, नाई भागजाति कर लो फिर भाजक के अंश और हर को उलटकर अर्थात् अंश को हर की जगह और हर को अंश की जगह रख कर भिन्न गुणन की रीति करो तो भिन्न भाग हर का फल मिल जायगा ॥

कदाचित् भाजक में पूर्ण संख्या और भाज्य में भागानुबन्ध हो तो भाज्य की पूर्ण संख्या में पहले भाजक का भाग देलो फिर भिन्न में भाग कर उसे पूर्णानुबन्ध की दाहिनी ओर रख दो

(१) उदा० $\frac{8}{5}$ में $\frac{3}{4}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ?

$$\frac{8}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{32}{15} \text{ यही उत्तर हुआ ॥}$$

(२) 12 के $\frac{1}{4}$ में $\frac{3}{8}$ के $\frac{2}{3}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ?

$$12 \text{ का } \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ और } \frac{3}{8} \text{ का } \frac{2}{3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{12}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \div \frac{1}{2} = \frac{6}{1} = 6 \text{ यही लब्धि हुई ॥}$$

(३) $\frac{8}{5}$ में $\frac{2}{3}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ? उत्तर $\frac{6}{5}$

(४) $\frac{12}{5}$ में $\frac{4}{5}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ? उत्तर $\frac{3}{1}$

(५) $\frac{12}{5}$ में $\frac{7}{2}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ? उत्तर $\frac{23}{5}$

(६) 5 में $\frac{9}{10}$ का भाग लेकर लब्धि बताओ उत्तर $\frac{7}{2}$

(७) $\frac{9}{2}$ में 8 का भाग ठेके लब्धि कहो उत्तर $\frac{9}{20}$

(८) $\frac{2}{3}$ के $\frac{1}{5}$ में $\frac{3}{8}$ के $\frac{2}{3}$ का भाग देने से क्या मिलेगा ? उत्तर $\frac{2}{5}$

(९) $4204 \frac{1}{4}$ में 12 का भाग लेकर लब्धि बताओ ॥

$$\text{उत्तर } 83 \frac{1}{30}$$

(१०) 100 में $8 \frac{1}{2}$ का भाग देने से क्या लब्धि मिलेगी ?

$$\text{उत्तर } 20 \frac{20}{31}$$

(११) $\frac{9}{2}$ के $\frac{3}{8}$ में $\frac{2}{3}$ का भाग लेकर लब्धि बताओ उत्तर $\frac{63}{8}$

(१२) 10 के $\frac{1}{4}$ में $8 \frac{1}{2}$ का भाग देने से क्या लब्धि मिलेगी उत्तर $8 \frac{9}{2}$

अथ भिन्न त्रैशिक की रीति ॥

अभिन्न त्रैशिक के गणित में जिस प्रकार से तीन राशियों को स्थापन करते हैं उसी प्रकार से भिन्न त्रैशिक में भी राशियों स्थापन

को जाती हैं उन में जो राशि साधारण भिन्न करने के योग्य हो उसे कर लेते हैं फिर पहले और दूसरे स्थान की राशियों को एक जाति करके दूसरे और तीसरे स्थान की राशियों का घात कर देते और पहिली राशि के हर अंश को पलट के जो भिन्न हो उससे गुणनफलको गुणा कर देते हैं वही गुणनफल भिन्न वैराशिक के प्रश्न का उत्तर होता है पर यह बात भी जानरक्खो कि जिस जाति की तीसरी राशि होती है उसी जाति का उत्तर आता है ॥

(१) ८८० गज^३ का मोल रुपया १३ है तो १^३ का क्या होगा ?

$$\begin{array}{ccc} \text{ग०} & \text{ग०} & \text{र०} \\ ३ : & १३ : & १३ \\ १३ \times १३ \times \frac{१}{३} = ८८० \quad १३ = ॥ \text{ पाई } २३ \text{ उत्तर} \end{array}$$

(२) अस्तर का कपड़ा ८^१ गज और उसका अर्ज २^१ गज है और अर्ज की छोट का अर्ज ३ गज है तो उस अस्तर के लिये कितनी छोट लेनी चाहिये ?

$$\begin{array}{ccc} २\frac{१}{३} = \frac{५}{३} \text{ और } ८\frac{१}{३} = १\frac{८}{३} \\ \text{ग०} & \text{ग०} & \text{ग०} \\ ५ : & ५ : & १\frac{८}{३} \\ \frac{५}{३} \times १\frac{८}{३} \times \frac{५}{३} = ८\frac{५}{३} = २९\frac{२}{३} \text{ उत्तर} \end{array}$$

(३) ३ गज का मोल १^४ रुपये है तो १२^२ गज के क्या दाम होंगे ? उत्तर रुपये ५॥ पाई ८

(४) १ मन का मोल ४^० रुपये है, तो ४^१ सेर का क्या मिलेगा ? उत्तर ॥ पाई ८^३

(५) एक मट्टी गज भर लंबी और उतनी ही चौड़ी है उसकी चट्टर बनाने के लिये जो कपड़ा लेना चाहते हैं उसका

अर्ज $\frac{1}{2}$ गिरह का है तो वह चदुर का कपड़ा कितना लेना चाहिये ? उत्तर गज २० गिरह $६\frac{3}{4}$

(६) एक नाय के माल के $\frac{3}{4}$ भाग का मोल $२०\frac{1}{2}$ पाई है तो उसी माल के $\frac{1}{4}$ का क्या होगा ? उत्तर $२२\frac{1}{2}$ पाई $२\frac{3}{4}$

(७) सेर $\frac{1}{2}$ का मोल रुपये $\frac{1}{2}$ है तो मन ६ सेर १२ का क्या होगा ? उत्तर १४० रुपये ॥

(८) $१८\frac{1}{2}$ गज लम्बे और $\frac{3}{4}$ गज चौड़े एक बरंडे के विछौने के लिये जो कपड़ा लेना चाहते हैं उसका अर्ज १ गज का है तो वह कितना लेना चाहिये ? उत्तर गज १४ गिरह $२\frac{1}{2}$ ॥

(९) कुछ माल में एक साफी का $\frac{3}{4}$ भाग था उस में से उस ने अपने $\frac{3}{4}$ भाग का मोल $१०\frac{1}{2}$ रुपया पाया तो कहां सब माल का क्या मोल होगा ? उत्तर ३८० रुपये

(१०) जब कि घी ८ सेर बिकता है वालूसई $६\frac{1}{2}$ छटांक का बनता है अब घी ११ पाई सेर हो जाय तो वह कितनी तोल का बनाया जायगा ? उत्तर $४\frac{1}{10}$ छटांक

(११) कपड़ों के $२४\frac{1}{2}$ गज लम्बे $३\frac{1}{2}$ थान खरीदे और फो गज १२ पाई मोल है, तो सब थानों का क्या होगा ?

उत्तर रु० ३२ पाई $६\frac{1}{2}$

(१२) $२\frac{1}{2}$ मन बोझ का भाड़ा $२\frac{1}{10}$ कोस का, $\frac{3}{8}$ रुपया है ता १ कोस पे सेग भर का क्या होगा ? उत्तर पाई $३३\frac{1}{2}$

(१३) $१\frac{1}{2}$ गज के अर्ज की फलालेन दो मिर्जइयों में $३\frac{3}{4}$ गज लगती है उसके अस्तर के लिये जो कपड़ा लेते हैं उसका अर्ज $\frac{1}{2}$ गज है तो वह अस्तर का कपड़ा कितना लेना चाहिये ? उत्तर ६ गज

(१४) दिनमान में $१३ \frac{१}{२}$ घंटे के काखिद $३५ \frac{१}{२}$ दिन में कलकते पहुँचता है और दिनमान $११ \frac{६}{१०}$ घंटे का हो तो के दिन में पहुँचेगा ? उत्तर दिन ४० $\frac{६१५}{६५३}$ ॥

(१५) एक पलटन में ६७६ आदमी है हर एक को कुरती के अम्तर में $१ \frac{१}{२}$ गज के अर्ज का कपड़ा $२ \frac{१}{२}$ गज लगता है और उम के ऊपर जो बनात लगाई जायगी उसका अर्ज $\frac{१}{२}$ गज का है तो सब बनात कितने गज लेनी चाहिये ?

उत्तर गज ४५३१ गिरह ६ $\frac{६}{१०}$

दशमलव ॥

भिन्न शब्द का अर्थ तोड़ा गया है और भिन्न से टुकड़ा वा टूटे हुए भाग लेते हैं जेमा जो एक वस्तु को तोड़कर उसके पाँच टुकड़े बराबर के करें तो हर एक टुकड़ा पंचमांश एक अर्थात् पाँचवां भाग होगा और यह पंचमांश एक भिन्न अर्थात् एक का टुकड़ा है इसी प्रकार और जानो जो एक रुपये के बराबर सोलह टुकड़े करें और उन में से तुम चार ऐसे २ टुकड़े ले लो तो तुम्हारे पास सोलहवें टुकड़े चार अर्थात् $\frac{४}{१६}$ एक रुपये के होंगे और यह रुपये की एक कसर अर्थात् टुकड़ा है ॥

भिन्न के लिखने की यह रीति है कि दा राशि वा ज्ञात अंकों में से एक को आड़ी लकीर के ऊपर लिखते हैं दूसरे को उसके नीचे ऊपर के अंक को अंश वा भाग वा लव कहते हैं और नीचले अंक को हर वा छेद बोलते हैं ॥

हर उस सम्बन्ध को जताता है जो खंडों को संपूर्ण के साथ है जैसे $\frac{१}{४}$ में ४ अंक हर है वह इस बात को सूचन करता है कि मुख्य वस्तु वा अंक के चार सम भाग किये गये हैं जिस

अ ह द स् व अव

अ-ह ह-द द-स स-व तरह लकीर के चार
सम भाग किये गये हैं ॥

अंश उन खंडों की संख्या को जताता है जो सारे सम
खंडों में से एक अंक के लिये हो जैसा मानो कि एक खरबूजे
को छह बराबर फाँकें करें और जो एक लड़के से कहें कि तू
इनमें से तीन फाँकें उठा ले तो वह लड़का उनको उठाकर
इस तरह गिनेगा कि पहली फाँक एक षष्ठांश $\frac{1}{6}$ होगी पहिली
और दूसरी फाँक दो षष्ठांश $\frac{2}{6}$ और पहिली दूसरी और तीसरी
फाँक तीन षष्ठांश $\frac{3}{6}$ होगी ॥

ऊपर के उदाहरण से यह बात निकलती है कि इस
तरह के भिन्न में नीचला अंश अर्थात् हर नहीं पलटता
हे परन्तु ऊपर का अंक अर्थात् अंश हर एक न्यूनाधिक्य में
पलटा जाता है ऐसे भिन्न $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{9}{8}$ जिन अंशों
में कोईसा अंक नियत और पलटा गया है उन को साधारण
भिन्न कहते हैं ॥

परन्तु जोड़ने घटाने और गुणा भाग आदि की सरलता के
लिये ऐसे भिन्न बनाये जावें कि जिनके हरमें अंक नियत और
परिमित हों या जो सुगमता के साथ नियत परिमित हो सके
हों उन भिन्नों को दशमलव कहते हैं और उनकी व्यवस्था
यह है कि उनका हर सदा दस वा सो वा हजार आदि अर्थात्
दस वा दस के कोई अपवर्त्य पूर्णक भी होते हैं ॥

इस प्रकार के भिन्न में एक और लाभ यह है कि जो उसका
हर नहीं मालूम होता है तो उसके लिखने की कुछ आकांक्षा
नहीं रहती है केवल अंशही लिखा जाता है और जिस रीति

से दशमलव का नियत हर मालूम होजाता है उसके द्वारा बहुत हो सुगमता से हर ज्ञात हो सक्ता है जब तुम २५ लिखते हो तो उस से पञ्चोत्त अर्थात् बीस और पांच इकाई, चाहे दो दहाई और पांच इकाई जानी जाती हैं इसी प्रकार १४५ से एक सैकड़ा चार दहाई और पांच इकाई समझी जाती हैं साधारण यह है कि किसी अंश को बाई और एक २ स्थान बढ़ाने से उसकी संख्या दस गुनी अधिक होती चली जाती है जैसे १ अंक के लिखने से एक इकाई समझी जाती है और जो इस १ के दाहिनी ओर ४ का अंक लिख दिया जावे इस रीति से १ का अंक मानो बाई और को एक स्थान हटा दिया गया है तो एक का वह अंक पहिले के समान एक इकाई न समझा जायगा बरन एक दहाई ।

परंतु जिस दशमलव को ऊपर प्रसंग हो चुका है उसमें हर के लिखने की कुछ आवश्यकता नहीं पड़ती है (केवल एकही अंक अर्थात् अंशही लिखा जाता है) इसलिये दशमलव और पूष्पक के जानने में जो कठिनाई आन पड़ती है उसके दूर करने के लिये एक बिंदो ऐसी दशमलव के बाई और करदेते हैं जैसा $\cdot १२५$ इस से यह समझो कि १२५ दशमलव अर्थात् $\frac{१२५}{१०००}$ अभोष्ट है न कि १२५ पूष्पक और $\cdot १$ से प्रयोजन है दशमलव एक न कि एक पूष्पक वा केवल एक इसी प्रकार $\cdot १०$ से $\frac{१०}{१००}$ अभोष्ट है और $\cdot ३२०$ से $\frac{३२०}{१०००}$ ॥

ऊपर के उदाहरणों से निश्चय होगा कि दशमलव के हर में एक का अंक उतनी बिन्दियों समेत आता है जितने कि अंश में स्थान होते हैं जैसा $\cdot १२५$ बराबर है $\frac{१२५}{१०००}$ के और $\cdot ३२$ बराबर है $\frac{३२}{१००}$ के इसलिये $६८३४ \cdot ३७६$ इस संख्या में ४ के

अंक से जो इकाई के स्थान में है चार इकाइयां समझी जाती हैं और ३ के अंक से जो उसका बाईं ओर है तीन दहाइयां और ३ के अंक से जो ४ और दशमलव बिंदु के दाहनी ओर है दशवें भाग तीन $\frac{3}{10}$ समझे जाते हैं इसी प्रकार बाईं ओर के अंक ० से सात मैकडे और दाहनी ओर के अंक ७ से सात सौवें भाग $\frac{7}{100}$ और बाईं ओर के अंक ६ से छः हजार और दाहनी ओर के अंक ६ से छः हजारवें भाग $\frac{6}{1000}$ लिये जाते हैं जैसे कि दशमलव बिंदु के दाहनी ओर के अंक को बाईं ओर हटाने से हर एक स्थान के अंक का परिमाण दश गुना बढ़ जाता है इसी प्रकार उसके बाईं ओर के हर एक अंक को दाहनी ओर को हटाने से हर एक स्थान में उसी हिसाब से घटता जाता है ॥

अब कभी तुम कहोगे कि यह तो मालूम हुआ कि $\frac{1}{10}$ को .५ और $\frac{1}{100}$ को .०५ लिखते हैं परंतु जो $\frac{1}{100}$ को दशमलव में लिखना अभीष्ट हो तो किम तरह से लिखे इस अवस्थामें ५ और दशमलव बिंदु के बीच में एक बिंदो देनी चाहिये जैसे .०५ क्योंकि पूर्वोक्त रीति से उसके हर में एक का अंक उतनी ही बिंदियों समेत होना चाहिये जितने कि अंश में स्थान हैं और जो उसमें दो स्थान हैं इसलिये उसका हर १०० होगा और .०५ बराबर होगा $\frac{5}{100}$ के नीचे उदाहरणों से दशमलव का परिमाण अधिक स्पष्ट हो जावेगा (और यह = चिन्ह बराबर का है) जो दो वस्तु बराबर हुआ करती हैं उनके बीच में यही चिन्ह लिखा जाता है ॥

$$१२.५ \parallel १२ \frac{5}{10}, १.२५ = १ \frac{२५}{१००}, २६ = \frac{२६}{१००}, ०.२६ = \frac{२६}{१०००},$$

$$\begin{aligned} \cdot 0 &= \frac{0}{10}, \cdot 10 = \frac{0}{100}, \cdot 009 = \frac{0}{1000}, \cdot 724 = \frac{724}{1000}, \\ \cdot 3 &= \frac{3}{10}, \cdot 000403 = \frac{403}{1000000}, \cdot 02 = \frac{2}{100} \end{aligned}$$

दशमलवके योग की रीति ॥

जिस प्रकार से पूर्णांकों के योग में इकाई के नीचे इकाई, दहाई के नीचे दहाई, सैकड़े के नीचे सैकड़ा, हजार के नीचे हजार लिखा जाता है उसी प्रकार दशमलव में दशवें के नीचे दशवें सौवें के नीचे सौवें और हजारवें के नीचे हजारवें भाग लिखे जाते हैं और जब इस प्रकार क्रम से अंक लिखे जावें तो दाहने हाथ की ओर से पूर्णांक योग की रीति से जोड़ने का आरम्भ करो अर्थात् जो दशमलव बिन्दु से सब से परे दाहनी ओर के अंक हैं पहिले उनको और फिर इनके बाईं ओर के अंकों को जोड़ते चलो जैसा इस नीचे के उदाहरण में लिखा है ॥

उदाहरण ॥

·२१५

·०२

·०५

·६८५

इस रीति की शुद्धता के सिद्ध करने के लिये दो छोटी : राशें · २ और · ५ कल्पना करो और इनका जोड़ ऊपर की रीति के अनुसार · ७ होगा तो ज कि · २ = $\frac{2}{10}$ और · ५ = $\frac{5}{10}$

हे और जोड़ इन दोनों भिन्नो का $\frac{1}{10}$ है और $\frac{1}{10}$ को दशमलव में ०७ लिखते हैं इसलिये २ और ५ का जोड़ ० ठोक है उसी प्रकार ८ और ३ को जोड़ो ॥

$\frac{23}{100}$ उत्तर इस स्थान में $2 = \frac{2}{10}$ और $3 = \frac{3}{10}$ और $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$ और $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ दशमलव में १० कहा जाता है जैसा पहले लाभ हुआ था ॥

१ उदाहरण	२ उदाहरण	३ उदाहरण	४ उदाहरण
जोड़ो 214	214	214	002
22	2001	2002	210
04	8004	0128	062
	2000	2001	2120
	0008	1204	208.2102
			0004
214	22.2102	22.2128	220.2121
५ उदाहरण	६ उदाहरण	७ उदाहरण	
जोड़ो 20	122 822	222	
2	21 12	280	
8004	002	204.204	
2004	2281	0002	
4222	2	0001	
808	2	814	
2	0		
	0		
229.2224	222.2041	222.2248	

दशमलवके अन्तर की रीति ॥

पहले अंकों को वैसेही क्रम से लिखो जैसा कि जोड़ में वर्णन हो चुका है और दाहिनी ओर से पूर्णांकों की तरह घटाने का आरम्भ करो और जो ऊपर के अंक का स्थान नीचे के अंक के स्थान से कम हो तो ऊपर के अंक में उतने बिन्दु दे दो जिस से नीचे के अंक के स्थान के बराबर ऊपर के अंक में स्थान होजावे फिर साधारण घटाने की रीति से घटातेचलो ॥

उदाहरण ॥

$$\begin{array}{r}
 (१) \quad \text{प्रश्न} \quad .00३ \text{ में से } .00२८१०६ \text{ को घटाओ} \\
 \quad \quad \quad .00३0000 \\
 \quad \quad \quad \underline{.00२८१०६} \\
 \quad \quad \quad .000१८९४ \text{ उत्तर}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (२) \quad ६३१६ \text{ में से } २१८४ \text{ को घटाओ} \\
 \quad \quad \quad ६३१६ \\
 \quad \quad \quad \underline{२१८४} \\
 \quad \quad \quad ४१३२ \text{ उत्तर}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (३) \quad ४१३०८ \text{ में से } ४७२ \text{ को घटाओ} \\
 \quad \quad \quad ४१३०८ \\
 \quad \quad \quad \underline{४७२} \\
 \quad \quad \quad ३६५८८ \text{ उत्तर}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (४) \quad ०.०८४ \text{ में से } \\
 \quad \quad \quad २.८४७ \text{ को घटाओ} \\
 \quad \quad \quad \underline{\quad \quad \quad} \\
 \quad \quad \quad ४.२६७ \text{ उत्तर}
 \end{array}$$

(१) प्रश्न ८१-५ में से ४१-०८२ को घटाओ

उत्तर

४०-४१८

(२) ८७६४ में से ३६५ को घटाओ

उत्तर

८४११४

(३) ६-५०८ में से १-००८ को घटाओ

उत्तर

६ ४०७२

(४) ६-५ में से ३-००३०५ को घटाओ

उत्तर

३-४६६२५

(५) ४२५ में से ४२६ को घटाओ

उत्तर

४२४-५०४

दशमलवगुणन ॥

अंकों को ऊपर की तरह क्रम से लिखकरके पूर्यों को के समान : गुणन करो और गुणन फल में उतने स्थानों के बाईं ओर दशमलव बिन्दु रखो जितने कि गुण्य और गुणक दोनों में दशमलव स्थान मिलकर हुए हों और जो गुणनफलमें उतने स्थान न हों तो गुणनफल के बाईं ओर उतने बिन्दु रख दो जिस से अभीष्ट स्थानों की संख्या पूरी हो जावे फिर उतने स्थान गिनकर बाईं ओर को दशमलव बिन्दु रख दो ॥

उदाहरण ॥

(१) प्रश्न .२४ को .६५ से गुणा करो

$$\begin{array}{r} .२४ \\ .६५ \\ \hline १२० \\ १४४ \\ \hline १५६० \text{ उत्तर} \end{array}$$

(२) प्रश्न .०२ को .०४५ से गुणा करो

$$\begin{array}{r} .०२ \\ .०४५ \\ \hline १० \\ ८ \\ \hline ०००८० \text{ उत्तर} \end{array}$$

(३) प्रश्न ६०० को .००६ से गुणा करो

$$\begin{array}{r} ६०० \\ .००६ \\ \hline ८.१०० \text{ उत्तर} \end{array}$$

(४) प्रश्न .०७४ को .०५२ से गुणा करो

$$\begin{array}{r} .०७४ \\ .०५२ \\ \hline १४८ \\ ३७० \\ \hline ००३८४८ \text{ उत्तर} \end{array}$$

- (१) प्रश्न ८४ को $\cdot ८४$ से गुणाकरो.... उत्तर $\cdot ७०५६$
 (२) २७ $\cdot ००४$ को $३६ \cdot ०२$ से तथा उत्तर $९७२ \cdot ६८४०८$
 (३) ७ $\cdot ००१$ को $\cdot ००१$ से तथा उत्तर $\cdot ००७००१$
 (४) $\cdot ८०३$ को $\cdot ००८$ से तथा उत्तर $\cdot ०६४२४$
 (५) $\cdot ४७६८$ को $\cdot ००६१$ से तथा उत्तर $\cdot ००२९०७४८$

रीति ॥

जो किसी दशमलव को १० वा १०० वा १००० से गुणा करना अभीष्ट हो तो गुण्य में दशमलव बिन्दु के दाहिनी ओर उतनी बिन्दो रखो जितनी कि गुणक में हों वही गुणनफल अभीष्ट होगा ॥

दशमलव भाग की रीति ॥

जिस प्रकार पूर्णांक में भाग लेते हैं उसी प्रकार दशमलव में भी भाग लो और लब्धि में उतने स्थान भिन्न के न्यारे कर-लो जितने कि भाज्य में भाजक से अधिक हों जो भाज्य की अपेक्षा भाजक में भिन्न के स्थान अधिक न हों तो भाज्य की दाहिनी ओर जितनी बिन्दियां अभीष्ट हों उतनी रख लो ॥

लव भाज्य और भाजक में भिन्न के स्थान बराबर हों तो लब्धि पूर्णांक होगी निदान लब्धि में उतनेही स्थान भिन्न के होंगे जितने कि भाज्य में भाजक की अपेक्षा अधिक हैं ॥

रोति ॥

(१)

२-५८१६ में ४० का भाग दो

४०) २-५८१६(५४३

२३५

२३१

४८८

४८६

४०३

१३

इस उदाहरण के भाज्य में भाजक की अपेक्षा तीन स्थान भिन्न के अधिक है इसलिये लब्धि में भी तीन स्थान भिन्न में न्यारे किये गये ॥

(२)

८०४ में १८ का भाग दो

१८) ८०४ (४४

७२

८४

०२

१२ इष्टलब्धि

८०४४

इस उदाहरण में भाज्य के भिन्न के स्थान भाजक की अपेक्षा तीन अधिक है और लब्धि में केवल दोही स्थान आये और भाग की रोति के अनुसार उस में तीन स्थान भिन्न के आने चाहिये इसलिये उसके बाईं ओर एक बिन्दु लिख करके दशमलव बिन्दु लिख दिया जिससे तीन स्थान होगये ॥

(१)	४८४ में १-५ का भाग दो उत्तर	२-५८५
(२)	२८२ में २४० का भाग दो उत्तर	१-१००८६
(३)	५४२ में १-२५ का भाग दो उत्तर	४-३३६
(४)	००१ में ६ का भाग दो उत्तर	०००१६
(५)	१ में ०१ का भाग दो उत्तर	१०
(६)	०००१ में ००८६ का भाग दो उत्तर	०८२५५
(७)	० में ००३५ का भाग दो उत्तर	२०००

रीति ॥

जो किसी दशमलव में १० वा १००, वा १००० का भाग देना अभ्यष्ट हो तो भाजक में जितने बिन्दु हों उनके अनुसार भाज्य में दशमलव बिन्दु को एक वा दो वा तीन स्थान की बाईं ओर बना दो वहाँ लब्धि अभ्यष्ट होगी ॥

दशमलव को साधारण भिन्न में लाने की रीति ॥

जिस दशमलव को साधारण भिन्न में लाना हो उसको अंश मान के उसके नीचे हर के स्थान में एक का अंक लिखो और उसके ऊपर याने दाहिनी ओर इतने बिन्दु लिखो जितने कि उस दशमलव में स्थान हों ॥ जैसे ०.५ दशमलव को साधारण भिन्न में लाना हो तो ५ के अंक को अंश के स्थान में लिख कर उस के नीचे एक आड़ो लकोर इस तरह की ५ खींचो और उस के नीचे हर के स्थान में एक का अंक लिख कर उसकी दाहिनी ओर एक बिन्दी दे दो इस प्रकार से $\frac{5}{10}$ यहाँ एक बिन्दी इसलिये दी है कि इस दशमलव में केवल एक ही स्थान है इसी प्रकार और भी जानो ॥

$$.9 = \frac{9}{10}, .09 = \frac{9}{100}, .89 = \frac{89}{100}, .0089 = \frac{89}{10000},$$

साधारण भिन्न के अंश के स्थानमें दशमलव को लिखने में दशमलव बिन्दु और दशमलव के पहले अंक के बीच में को सब बिन्दियां लुप्त होजाती हैं ॥

$$\text{जैसे } .9 = \frac{9}{10}, .09 = \frac{9}{100}, .009 = \frac{9}{1000}, .0009 = \frac{9}{10000},$$

नीचे के दशमलवों को साधारण भिन्न में लाओ
प्रश्न

(१) .११४, (२) .२५, (३) .००६, (४) .६२५, (५) .०८

उत्तर

$$(१) \frac{११४}{१०००}, (२) \frac{२५}{१००} (३) \frac{६}{१०००}, (४) \frac{६२५}{१०००}, (५) \frac{८}{१००},$$

साधारण भिन्न को दशमलव में लाने की रीति ॥

साधारण भिन्न के अंश में उसके हर का भाग देते जाओ और भाज्य अर्थात् अंश में भाग न लग सके वहां बिन्दी लगाते जाओ जहां तक कि उसमें भाजक अर्थात् हर का पूरा भाग बिना बाकी के लग जावे और जितनी भाज्य में बिन्दि प्रां रक्षी हों उतने ही लब्धि में दशमलव के स्थान जानो जैसे $\frac{१}{२}$ साधारण भिन्न को दशमलव में लाना अभीष्ट हो तो २ में १ का भाग दो पर २ में १ का भाग नहीं लग सक्ता इसलिये २ के आगे एक बिन्दी देने से २० हुआ अब इसमें १ का भाग दो तो ४ लब्धि होंगे और क्योंकि भाज्य में केवल एकही बिन्दी लगाई है इस से लब्धि में दशमलव का एक-ह्रां स्थान होगा इसलिये .४ लब्धि निकली ॥

बिन्दी दे देते हैं जैसे $\cdot 12'000' \cdot 10'$ इत्यादि इस से यह सूचित होता है कि ये बिन्दी वाले अंक इसी क्रम से सदा चले आते हैं ॥

लब्धि में दो वा अधिक अंक इस रीति के कई बार लगा-तार आवें तो उनके आदि और अंत के दो अंकों के ऊपर एक २ बिन्दी आवर्त के चिन्ह को कर देते हैं जैसे 15 को जो

२२) $400000000 = 40404040$ इत्यादि

$\cdot 404 \cdot$ इस रीति से लिखते हैं ॥

साधारण भिन्न को दशमलव लाने में दशमलव के बहुधा चारही स्थान लिये जाते हैं जैसे $\frac{3}{480}$ यद्यपि बराबर है $0.008\bar{3}$ के परन्तु व्यवहार में इस भिन्न के केवल चारही अंक $0.008\bar{3}$ तक लेते हैं इस में दश हजारवें हिस्से तक की शुद्धता हो जाती है ॥

उच्चजाति के भिन्न को नीच जाति के भिन्नों में लाने की रीति ॥

अर्थात् नीच जाति की संख्या में दशमलव के मान निश्चय करने के वर्णन में । कल्पना करो कि $11^{\circ} 0$ सेर है अब प्रकट है कि इस राशि से 11 सेर पूरे और एक सेर के $\frac{1}{10}$ सूचित होते हैं परन्तु एक के $\frac{1}{10}$ में कितनी छटांक है इस बात के निश्चय करने के लिये नीचे रीति लिखते हैं ॥

रीति ॥

जिस बड़ी जाति के दशमलव का मान निकालना हो उस से छोटी जाति की जितनी संख्या के बराबर उस बड़ी जाति की एक संख्या पूरी होती हो उसी संख्या से उक्त दशमलव को गुण दो और पहले दशमलव के जितने स्थान हों उतने-

ही गुणनफल में से न्यारे कर लो, वह नया दशमलव उसछोटी जाति का होगा फिर इस दशमलव अर्थात् उस गुणनफलकीभिन्न संख्या को उस संख्या से गुणाकरो जितनी कि दूसरे स्थानकीछोटी जाति की संख्या पहले स्थान अर्थात् उस गुणनफलकी एक संख्या के बराबर होती हो और पहली रीति के अनुसार भिन्नके स्थानों को न्यारा करलो और इसीप्रकार करते चलेजाओ जहां तक कि सब से छोटे स्थान की जाति न आजावे ॥

जैसे .८१५ मन का मान निश्चय करना है यहां .८१५ को ४० से गुण दिया (४० से इस लिये गुणते हैं कि ४० सेर का एक मन होता है) और भिन्न तीन स्थान न्यारे कर लिये (क्योंकि पहले भिन्न में तीनही स्थान भिन्न के थे) तो ३२ . ६०० गुणनफल हुआ इसमें ३२ सेर पूरे और बाकी अर्थात् .६००, सेर का भिन्न है जो किसी प्रकार छटांकों के तुल्य है ॥

फिर .६०० को १६ से गुणा किया (क्योंकि १६ छटांका का एक सेर होता है) और भिन्नके स्थान न्यारे करलिये तो ९.६००

.८१५ मुख्यभिन्न

४० पहला गुणक

३२.६०० गुणनफल

३२.६०० यहां छोटी जाति

पहले स्थानी सेरों को न्यारा करने के पीछे निकली

६०० दूसरा गुण्य

१६दूसरा गुणक

९.६०० दूसरा गुणनफल

९.६०० यह छोटी जाति

दूसरे स्थानी छटांकों को न्यारा करने के पीछे निकली ॥

गुणनफल हुआ इसमें ६ छटांक
पूरी और एक छटांक का $\frac{६००}{१००००}$
या $\frac{६}{१०००}$ हुआ यहाँ ६ के ऊपर
दोनों बिन्दियां रखनी कुछ
अवश्य नहीं ॥

अब छटांक के भिन्न के तोले निश्चय करने अभीष्ट हैं तो
६०० को ५ से गुणा करो क्योंकि ५ तोले की एक छटांक होती है
गुणनफल ३००० में से भिन्न के स्थानों को न्यारा करने से ३
तोले निकलेंगे और कुछ कसर बाक़ी न रहेगी इसलिये एक
मन का ८१५ बराबर है ३२ सेर ६ छटांक और ३ तोले के
इसी रीति से नीचे के उदाहरणों को भी फौलाओ ॥

उदाहरण ॥

(१)	०५ एक रुपये का बराबर है	१२ आने के
(२)	०५० तथा तथा	८ तथा
(३)	२५ तथा तथा	४ तथा
(४)	०१२५ तथा तथा	२ तथा
(५)	००६२५ तथा तथा	१ तथा
(६)	०१८०५ तथा तथा	३ तथा
(७)	०५ एक बोघे का बराबर है	८ बिस्वे के
(८)	०६ तथा तथा	१२ तथा
(९)	००४ तथा तथा	१६ बिस्वांसोके
(१०)	०२५ एक मन का तथा	१० सेरके
(११)	०५ तथा तथा	३० तथा
(१२)	०८ तथा तथा	३२ तथा
(१३)	००५ तथा तथा	३ तथा

प्रश्न

नीचे के भिन्नों का मान निश्चय करो ॥

(१)	•६	मन	(७)	•२०	बीघे
(२)	•६	सेर	(८)	•६२५	बिस्वे
(३)	•०३५	छटाकें	(९)	•३२	जरीब
(४)	•१२५	रूपये	(१०)	•६५	जरीब
(५)	•७	रूपये	(११)	•०५	गट्टे
(६)	•३५	आने			

छोटी जाति के भिन्नों को बड़ी जाति के भिन्न में लाना
अर्थात् नकद, और वजन, और पैमानों के
दशमलव बनाने की रीति ॥

जैसे १२ आने ४ पाई को एक रूपये के टुकड़ों अर्थात् एक रूपये के दशमलव में लिखे चाहो तो उसकी रीति यह है कि ज्ञात संख्याओं को ऊपर तले इस क्रम से लिखो कि छोटी जाति की संख्या ऊपर, और उस से बड़ी जाति की संख्या नीचे हो जिस से कि सबसे बड़ी जाति की संख्या सब के नीचे हो जैसे ऊपर के उदाहरण की ज्ञात संख्याओं को $\frac{४}{१२}$ इस रीति से लिखो फिर छोटी जाति की, अर्थात् सब से ऊपरी संख्या में उस संख्या का भाग दो जितनी कि उस छोटी जाति की संख्या बड़ी जाति की एक संख्या के बराबर होती है इस उदाहरण में सब से ऊपरी अर्थात् सब से छोटी जाति की संख्या ४ पाई है उस से बड़ी जाति आना को है और एक आना बराबर है १२ पाई के इसलिये ४ में १२ का भाग देकर लब्धि को दूसरी पंक्ति में

लिखी हुई १२ संख्या के आगे दाहिनी ओर दशमलव बिन्दु रखकर इस रीति से लिखा ॥ १२) ४

१२.३३

इस उदाहरण में प्रकट है कि दशमलव की लब्धि आवर्त है ऐसे विषय में आसन्नता के अनुसार व्यवहार के लिये भिन्न के केवल चार या कम बड़ स्थान लेते और कोई बड़ा हिसाब करना हो जिसमें कि थोड़ासा भी छूट जाने से बड़ी चूक के रह जाने का दिह हो तो ८ चाहें १० वा अधिक स्थान तक बढ़ा लें। इस दूसरी पंक्ति की पूर्ण संख्या में जो कि पहले से ११. १८ और भिन्न के स्थानों की संख्या में भी जो कि पहली पंक्ति की लब्धि से मिली है पहले के अनुसार उस संख्या का भाग दे। जितनी कि इस दूसरी पंक्ति की छोटी जाति की संख्या अपने से बड़ी जाति की संख्या के बराबर होती है और लब्धि को तीसरी पंक्ति में दशमलव बिन्दु की दाहिनी ओर लिखो इसी तरह करते चले जाओ जहां तक कि सब से बड़ी जाति की संख्या तक पहुंचो या जिस के टुकड़ों अर्थात् दशमलव में इन सब छोटी जातों का भाग देना अभीष्ट था। उपर के उदाहरण में दूसरी पंक्ति की संख्या में १६ का भाग दो क्योंकि वे आने हैं और १६ आनेका एक रुपया होता है ॥

पाई

सब को यह सूरत १२) ४

आना

१६) १ २.३ ३ ३ ३

रुपया . ७७०८

२

तथा १.७५

अर्थात् १२ आने ४ पाई बराबर हैं एक रुपये के ०००८ दशमलव के । ऊपर जो विस्तार पूर्वक रीति लिखी है उसका वर्णन संक्षेप और सरलता से इस तरह हो सकता है ॥

रीति ॥

छोटी जाति को जितनी संख्या अपनी से बड़ी जाति की एक संख्या के बराबर हो तो उतनी संख्या का छोटी जाति की संख्या में भाग देने से बड़ी जाति का भिन्न हो जाता है, भाग देने में लब्धि पूरी न मिले तो मनमात्र जितनी चाहें बिन्दो रख लेते हैं बड़ी और छोटी जाति भिन्न में की कई और औसत दर्जे की जातें हों ता छोटी से आरंभ करके बीच के म्यानों में भी इसी प्रकार करते चले जाओ जब तक कि उस बड़ी जाति तक न पहुँचो जिस के भिन्न का मान निश्चय करना अभीष्ट है ॥

उदाहरण ॥

(१) ५ आने ८ पाई को रुपये के दशमलव में लाओ ॥

१ २) ८.००००००

१ ६) ५.६६६६६६

उत्तर ०.३५४१६६

०.३५४१६६

(२) १९ सेर ६ छटांकों को मन के दशमलव में लाओ ॥

१६) ६.०००

१) १५.३७५

उत्तर

०.३८४

(३) ७ बिस्वे ६ बिस्वांसी को बीघे के दशमलव में लाओ ॥

२०) ६-०००

२०) ०-४५०

०-३०२५ उत्तर

(४) १५ गट्टों को जरीब के दशमलव में लाओ ॥

२०) १५ -०००

०-५ उत्तर

प्रश्न

उत्तर

(१) ६ पाई को रुपये के दशमलव में

लाओ तथा २२४३०४

(२) १२ तथा ४ तथा तथा ०००८८

(३) १४ तथा ० तथा तथा ८०५

(४) ० ६ तथा तथा ०४६८७

(५) ३५ सेर ६ छटांकों को मन के दशमलव में

लाओ तथा ८८६०६

(६) १४ सेर ८ छटांक तथा तथा ३६२५०

(७) ० १२ तथा तथा ०१८७५

(८) ३ बिस्वे १५ बिस्वांसी को बीघे के दशमलव में

लाओ तथा १८७५०

(९) १० तथा १८ तथा तथा तथा ८६५०

(१०) ० १४ तथा तथा तथा ०६५०

(११) १७ गट्टों को जरीब के दशमलव में लाओ तथा ८५

(१२) ३५ तथा तथा तथा १-७५

अथ घातक्रिया का प्रकार ॥

एकही या तुल्य संख्याओं के घातको घातक्रिया, और जेबेर उन तुल्य संख्याओं का घात करें उस संख्या के अंक को घात-प्रकाशक बोलते हैं, जैसा तुल्य दो संख्याओं के घात से वर्ग होता है उसका घातप्रकाशक २ है और तुल्य तीन संख्याओं के घात को घन कहते हैं उसका घातप्रकाशक ३ है ऐसे ही चतुर्घात पंचघात आदि के घातप्रकाशक ४ । ५ आदि होते हैं ॥

जैसा $४ \times ४ = ४^२ १६ = ४$ के वर्ग के

और $५ \times ५ \times ५ = ५^३ १२५ = ५^३$ के घन के यहां ५ जो २ का और ५ पर ३ का अंक है वे घातप्रकाशक हैं ।

वर्ग करने की रीति ॥

किसी इष्ट संख्या को उसी इष्ट संख्या से गुणा करने से जो गुणनफल होता है वही वर्ग कहाता है ॥

तुल्य दो इष्ट संख्याओं के घात से जो गुणनफल हो उसे फिर उसी इष्ट संख्या से गुणा करने से जो गुणनफल हो उसे घन कहते हैं ॥

उसी इष्ट संख्या के घन को फिर भी उसी से गुणा दो तो चतुर्घात अर्थात् वर्ग वर्ग होजायगा ऐसेही पंचघात आदिजानो ॥

(१) उदाहरण, १३ का वर्ग बताओ ॥

१३

१३

—
३६

१३

१३ का वर्ग १६९ यही उत्तर भया ॥

(९) उदाहरण १६ का घन और चतुर्घात बताओ ॥

$$\begin{array}{r}
 १६ \\
 १६ \\
 \hline
 १७१ \\
 १६ \\
 \hline
 ३६१ \text{ वर्ग} \\
 १६ \text{ गुणक} \\
 \hline
 ३२४६ \\
 ३६१ \\
 \hline
 ६८५६ \text{ घन हुआ} \\
 १६ \text{ गुणक} \\
 \hline
 ६१७३१ \\
 ६८५६ \\
 \hline
 १३०३२१ \text{ यह १६ का चतुर्घात हुआ ॥}
 \end{array}$$

- (३) ०५ का वर्ग बताओ उत्तर ५६०५
- (४) २२३ का वर्ग कहो उत्तर ४९७२६
- (५) ०५ का घन क्या होगा उत्तर ४२१८७५
- (६) ३५ का घन बताओ उत्तर ४२८७५
- (७) २२३ का घन कहो उत्तर ११०८६२६७
- (८) $\frac{३}{४}$ का चतुर्घात कहो उत्तर $\frac{८१}{२५६}$
- (९) ११ का पंचघात कहो उत्तर १६१०५१

मूल क्रिया ॥

घात क्रिया की बिलोम मूल क्रिया होती है उस से इष्ट संख्या का वर्गमूल, घनमूल आदि जाना जाता है, इष्ट संख्या

का मूल २ से कहते हैं जिसे कि उसी से कई बार गुणा करें तो वही इष्ट संख्या हो जाय जैसा ४ का वर्गमूल २ है क्योंकि $२ \times २ = ४$, और ६४ का घनमूल ४ है क्योंकि $४ \times ४ \times ४ = ६४$ ऐसे और भी जानो ॥

मूल प्रकाशक अंक, वा चिन्ह से मूल जाना जाता है ॥

जैसा $\sqrt[१]{४}$, वा $४ = २ = ४$ के वर्गमूल के

३ $\sqrt[३]{६४}$ वा $६४ = ४ = ६४$ के घनमूल के

जिन राशों का ठीक मूल नहीं मिलता उन्हें करणी कहते हैं और उनका आसन्न मूल ले लेते हैं जैसा २ का वर्गमूल और ६ का घनमूल ठीक नहीं मिल सक्ता इसलिये वर्गमूल को अपेक्षा २ को और घनमूल की अपेक्षा ६ को करणी कहेंगे ऐसे और भी जानो ॥

पूर्णिक वर्गमूल निकालने की रीति ॥

(१) जिस इष्ट संख्या का वर्गमूल लेना चाहो उसके इकाई आदि बिधम स्थान, अर्थात् दाहिनी ओर से एक स्थान शत-स्थान आदि दूसरे २ स्थान पर बिंदु का चिन्ह कर दो ॥

(२) सब से पिछला जो बाईं ओर का चिन्ह हो वहां तक बाईं ओर के अंकों का बड़े से बड़ा वर्गमूल आसक्ता हो सो ले लो और उस वर्गमूल को इष्ट संख्या के दाहिनी ओर टेढ़ी लकीर करके स्थापन करो ॥

(३) जो वर्गमूल लिया है उसका वर्ग उन अंकों के जिन में मूल का संभव देखा था नोचे रखकर घटा दो जो शेष

रहे उसे नीचे आड़ी लकीर कर के रख दो और इष्ट संख्या की पंक्ति में से बाईं ओर के दो अंक और लेकर उस शेष को दाहिनी ओर रखके उसकी भाज्य मानो ॥

(४) मूल को टूना कर भाजक मानो और भाज्य के दश स्थानों तक में उसका भाग देखो फिर जो लब्धि मिले उसे पहिले मूल और भाजक दोनों की दाहिनी ओर रखो ॥

(५) उस लब्धि के रखने से जो भाजक की संख्या हो जावे उस सब को लब्धि की संख्या से गुणा कर के भाज्य के नीचे रखकर बाकी निकाललो और उस बाकी की दाहिनी ओर इष्ट पंक्ति में से दो स्थान के अंक उतारकर रखलो उसे नवीन भाज्य मानो ॥

(६) टूने मूल का उस नवेन भाज्य में भाग दो, जो लब्धि मिले उसे पहिले मूल की दाहिनी ओर रखो और शेष क्रिया पूर्ववत् करो इसी रीति से सब अंकों पर क्रिया करते चलो और इस बात पे ध्यान रखो कि इष्ट पंक्ति में जितने चिन्ह किये है मूल की संख्या में उतने ही स्थान होंगे, भाजक बनाने के लिये जो मूल को टूना करते है उसके लिये यह रीति याद रखो कि भाजक के ऊपर लब्धि रखने से जो भाजक हुआ हो उसकी दाहिनी ओर के अंक में वही लब्धि फिर जोड़ दो तो मूल टूना हो जायगा ॥

पूर्णक वर्गमूल निकालनेकी दूसरी रीति ॥

जिस इष्ट संख्या का वर्गमूल लेना है उस पे जो चिन्ह किये हों वे दो चार आदि सम हों तो आधे चिन्हों तक का मूल पूर्व रीति से ले लो जैसा मूल में चार अंक आते दोखें तो

दो ही को, और तीन पांच आदि विषम हों तो आधे से एक चिन्ह आगे तक का मूल ले लो और उन मूल के अंकों का भाजक कहो हुई रीति से बनालो फिर इष्ट पंक्ति में से उतने अंक उतार कर शेष पै रख दो कि जिस में भाग देने से मूलकी शेष लब्धि मिल जाय और जो लब्धि मिले उसे पूर्व मूलके अंकों की दाहिनी ओर रख दो तो मूल की संख्या हो जायगी ॥

(१) उदा० ५४६६०२५, इस संख्या का वर्गमूल कहो ॥

$$\begin{array}{r}
 \overline{5466025} \quad (2335 \text{ मूल} \\
 8 \\
 \hline
 83) 142 \\
 3 \quad 122 \\
 \hline
 858) 2060 \\
 8 \quad 1296 \\
 \hline
 867) 23825 \\
 \hline
 23825
 \end{array}$$

- | | | |
|-----|----------------------------------|--------|
| (२) | ५६२५ का वर्गमूल कहो उत्तर | ७५ |
| (३) | ६०२५ का तथा उत्तर | ६७ |
| (४) | १०४६७६ तथा उत्तर | ३२४ |
| (५) | १०६६२६ तथा उत्तर | ३२७ |
| (६) | १०५३००२५ तथा उत्तर | ३२४५ |
| (७) | १५२३६६०२५ तथा उत्तर | १२३४५ |
| (८) | ११६५५०६६६१२१ तथा उत्तर | ३४५७६१ |

दूसरी रीति से मूल का उदाहरण ॥

११६४५०६६६१२१ (३४७०६१मूल

$$\begin{array}{r}
 ६ \\
 \hline
 ६४) २६५ \\
 ४ \quad २१० \\
 \hline
 ६८७) २६५० \\
 ७ \quad ३४२७ \\
 \hline
 ६८७) ५२७०६६ (७६१ \\
 ४८३० \\
 \hline
 ४२६६ \\
 ४१४० \\
 \hline
 १२६६ \\
 ६६० \\
 \hline
 \end{array}$$

साधारण भिन्न का वर्गमूल निकालना होता है तो अंश के मूल को अंश और हर के को हर जुदा २ लेकर रख लेते हैं जैसे $\frac{६६}{४१}$ का वर्गमूल $\frac{३}{२}$ है ॥

दशमलव वर्गमूल के निकालने की रीति ॥

दशमलव का वर्गमूल निकालना होता दशमलव बिंदु को दाहिनी ओर एक स्थान छोड़कर बिन्दु कर दो और उसके साथ पूर्णांक भी हो तो दशमलव अंकों के ऊपर उक्त रीति के अनुसार और पूर्णांक अंकों के ऊपर पूर्णांकों की रीति के अनुसार वर्गमूल की क्रिया करो जैसे इस दशमलव ३१५.२७१ का वर्ग मूल निकालना हो तो इस रीति से क्रिया करो ॥

मूल १ ७ . ७ ५ ५ आदि

३ १ ५ . २ ७ १ ० ० ०

१

२७) २१५

१८३

३४७) २६२०

२४२३

३५४५) १६८१०

१००२५

३५५०५) २०८५००

१००५२५

३०६०५

॥ प्रश्न ॥

(१)	१०. ३०५६ इस का वर्गमूल कहां उत्तर	४.१६
(२)	.०००७२६ तथा उत्तर०२०
(३)	५ तथा उत्तर	२.२३६०६८
(४)	६ तथा उत्तर	२.४४३४८६
(५)	७ तथा उत्तर	२.६४५७५१
(६)	१० तथा उत्तर	३.१६२२०७
(७)	११ तथा उत्तर	३.३१६६२४
(८)	१२ तथा उत्तर	३.४६४१
(९)	६०१ तथा उत्तर	२४.५१५३०१३
(१०)	००० तथा उत्तर	२६.४५०५१३१
(११)	६६६ तथा उत्तर	३१.६०६६६१३
(१२)	६०६ तथा उत्तर	३१.२४०६६८०

दूसरा भाग

पूर्णक घनमूल की रीति ॥

(१) जिस इष्ट संख्या का घनमूल निकालना हो उसकी इकाई के स्थान पर चिन्ह करके उसके आगे बीच के दो स्थानों को छोड़ तीसरे स्थान पर फिर चिन्ह करे ऐसे ही दो दो अंक बांज देकर सबों पर चिन्ह कर लो और बाईं ओर के सब से पिछले चिन्ह तक में बड़ी से बड़ी जिस संख्या का घन जा सके उसे इष्ट संख्या की दाहिनी ओर लकीर कर स्थापन करो ॥

(२) उस घनमूल की संख्या का घन इष्ट पंक्ति के उन अंकों के नीचे जिनमें कि घनमूल का सम्भव देखा था रख कर घटा दो बाक़ी निकले उसे नीचे लिख कर उसकी दाहिनी ओर इष्ट पंक्ति के बाईं ओर के तीन स्थान के अंक उतार कर दो और उसे भाज्य मानो ॥

(३) उस भाज्यमें घनमूल के तिगुने वर्ग का भाग देने से जो लब्धि मिले वह घनमूल का दूसरा अंक होगा ॥

(४) मूल के उन दोनों अंकों का घन पूर्व कहे हुए दाहिनी ओर के दूसरे चिन्ह तक के अंकों में घटा दो, शेष को दाहिनी ओर इष्ट पंक्ति के तीन स्थान के अंक पूर्व रीति से उतार कर रख दो और उसे नया भाज्य माना उस में घनमूल की जितनी संख्या मिल चुकी है उस के तिगुने वर्ग का भाग दो, जो लब्धि मिले वह घनमूल का तीसरा अंक होगा, मूल के इन तीनों अंकों का घन पूर्व कहे हुए तीसरे दाहिने चिन्ह तक के सब अंकों में से घटा दो इसी रीति से सब से पिछले अर्थात् इकाई के अंक तक क्रिया करते जाओ ॥

गणितप्रकाश

उदाहरण ॥

४८२२८५४४ इस संख्या का घनमूल बताओ ॥

४८२२८५४४ (३६४

$$३^३ = २७$$

$$३६ \times ३^२ = ३७) ०१२२८$$

$$४८२२८$$

$$३६^३ = ४६६५६$$

$$३६ \times ३६^२ = ३८८८) १५०२५४४$$

$$३६४^३ = ४८२२८५४४$$

$$४८२२८५४४$$

पूर्णक घनमूल की दूसरी रीति ॥

(१) इष्ट संख्या के अंकों की पंक्ति पै पूर्ववत् चिन्हकरलो फिर बाईं तरफ़वाले सबसे पिछले विन्ह तक के अंकों में जिस संख्या का घन जा सके उसे इष्ट पंक्ति के दाहिनी ओर टेढ़ी लकीर खींचकर रखो और उस लब्धि के घन को इष्ट पंक्ति के बाईं ओर के चिन्ह तक के अंकों में से घटा के बाकी को नीचे लिखो और इष्ट पंक्ति में से बाईं ओर के तीन स्थान के अंक ले के शेष को दाहिनी ओर स्थापन करो, उस सब को भाज्य मानो ॥

(२) इस भाज्य के नीचे चिगुणित मूल, और उसके नीचे उसी अंक का तिगुना वर्गदहाई के नीचे से रखकर उनका योग करलो तो वही भाजक होगा ॥

(३) भाज्य की इकाई छोड़ कर उसमें कथित हर का भाग देने से जो लब्धि मिले उसका पहिले लब्धि मूल अंक की दाहिनी ओर रखो ॥

(४) पहले भाजक के नीचे एक आड़ी लकीर करके उसके तले दूसरी लब्धि का घन रखो और उसको दाहिनी ओर का एक स्थान छोड़ कर दूसरी लब्धि के वर्ग को तिगुनी पूर्व लब्धि से गुणा करके स्थापन करो फिर वैसेही उसके नीचे पूर्व लब्धि के वर्ग को तिगुनी दूसरी लब्धि से गुणा करके स्थापन करो और इन सबों का योग कर लो ॥

(५) उस कथित योग को पूर्वोक्त भाज्य में से घटा कर शेष को दाहिनी ओर दृष्ट पंक्ति में से बाईं ओर के तीन स्थान के अंक उतारकर रख लो और उसे नया भाज्य मान कर पूर्व रीति से मूलकी तीसरी लब्धि लेलो और दृष्ट पंक्ति में शेष अंक हों तो अंत तक यही क्रिया करते चले जाओ परंतु मन में इस बात का विचार अवश्य रखो कि भाग देने से जो लब्धि मिले वह ऐसी न हो कि जिससे घटाने के समय योग, भाज्य से बड़ा हो जाय ॥

(१) उदाहरण ॥

४ ८ २ २ ८ ५ ४ ४ इसका घनमूल क्या होगा ? ॥

४८ २ २ ८ ५ ४ ४ (३ ६ ४ उत्तर

$$\frac{३^३ = २७}{२१२२८ \text{ भाज्य}}$$

$$३ \times ३ = ६$$

$$३ \times ३^२ = २७$$

भाजक २७६) २ १ २ २ ८ (६

१ ६ ६ ५ ६ योग

$$\begin{array}{rcl}
 & ६^३ & = २१६ \\
 \left\{ \begin{array}{l} ३ \times ३ \times ६^२ \\ ३ \times ६ \times ३^२ \end{array} \right. & = & \begin{array}{l} ३२४ \\ १६२ \end{array} \\
 & & \hline
 & & १६६५६ \text{ योग} \\
 & & \hline
 & & १. ७२५४४भाज्य \\
 & & \hline
 \begin{array}{rcl} ३ \times ३६ & = & १०८ \\ ३ \times ३६^२ & = & ३८८८ \end{array} \\
 \text{भाजक} & & \hline
 & & ३८८८८) १५७२४(४ \\
 & & \hline
 & & १५७२४ \text{ योग} \\
 & & \hline
 \begin{array}{rcl} ४^३ & = & ६४ \\ ३ \times ३६ \times ४^२ & = & १७२८ \\ ३ \times ४ \times ३६^२ & = & १५५५२ \end{array} \\
 & & \hline
 & & १५७२५४४ \text{ योग} \\
 (२) \text{ उदाहरण} & \sqrt[३]{३८६०१०} & = ७३ \\
 (३) & \sqrt[३]{१०६२०२०} & = १०३ \\
 (४) & \sqrt[३]{८०४३५७} & = ९३ \\
 (५) & \sqrt[३]{१८६०८६०} & = १२३ \\
 (६) & \sqrt[३]{२७०५४०३६००८} & = ३००२ \\
 (७) & \sqrt[३]{१२२६१५३२७२३२} & = ४६६८
 \end{array}$$

पूर्णक घनमूल की तीसरी रीति ॥

(१) जिस इष्ट संख्या का घनमूल लेना हो उस पर पूर्ववत् चिन्ह करके बाईं ओर के सब से पिछले चिन्ह तक में जिस बड़ी से बड़ी संख्या का घनमूल मिल सक्ता हो उसे ले लो और इष्ट पंक्ति को दाहिनी ओर टेढ़ो लकीर करके रखदो फिर उसपर

घनमूल का घन इष्ट पंक्तिमेंसे घटाकर बाकी निकाल लो और उस बाकी की दाहिनी ओर इष्ट पंक्तिमें से बाईं ओर के तीन अंक उतारकर रख लो, उसे भाज्य मानो ॥

(२) उस भाज्य का भाजक बनाने की यह रीति है कि भाज्य की दाहिनी ओर के २ अंक छोड़के शेष बाईं ओर की संख्या में पूर्व लब्धि घनमूल के तिगुने वर्ग का भाग देनेसे जो लब्धि मिले उसे घन मूल का दूसरा अंक जानो और पहले घन मूल के अंक को दाहिनी ओर रखो, फिर पहली लब्धि का वर्ग तिगुना करके एक ओर, और उसके नीचे दोनों लब्धियों का तिगुना घात, और उसके भी नीचे दूसरी लब्धिका वर्गरख-लो पर उनके स्थापन करने में इतनी बात याद रखो कि ऊपरवाली संख्या की इकाई में नीचेवाली संख्या की इकाई दाहिनी ओर को एक स्थान बढ़ती रहे उन तीनों संख्याओं के योग को अपने भाज्य का भाजक जानो ॥

(३) उसभाजकको दूसरीलब्धि से गुणाकर और भाज्यपंक्ति में घटाकर बाकी निकाललो और पूर्ववत् भाज्य पंक्ति बनालो ॥

(४) उसपंक्ति का भाजक इसरीति से बनाओ कि लब्धि के दोनों अंकों की संख्या को पूर्व लब्धि मानकर उसके तिगुने वर्ग से भाज्य में लब्धि का संभव देखो और उस तिगुने वर्ग के जानने की सूधी रीति यह है कि पूर्व भाजक बनाने के लिये जो तीन संख्या स्थापन की हैं उन में से नीचली दो संख्याओं का पूर्ववत् योग करके पूर्व भाजकके नीचे इकाई के क्रम से यथा स्थान रख लो उन तीनों संख्याओं पर एकरेखा कर दो और उस से यह जानो कि इन तीनों संख्याओं का योग करना है उन्हें इकाई के क्रम से जोड़ लो वही योग उन दो अंकों की संख्या का तिगुना वर्ग होजायगा, उस चिगुणित

वर्गसे भाज्य पंक्ति में पूर्ववत् लब्धि को संभव देखो और उस नवोन लब्धि को दूसरी लब्धि मानकर पूर्ववत् भाजक बनालो और उस भाजक को नवीन लब्धि में गुणा करके अपने भाज्य में से घटा दो जहां तक संभव हो वही क्रिया करते जाओ ॥

तीसरीरीति से पूर्णांक घनमूल का उदाहरण ॥

$\begin{array}{rcl} ३ \times ४^२ & = & ४८ \\ ३ \times ४ \times ५ & = & ६० \\ ५^२ & = & २५ \\ \hline (१) \text{भाजक } ५४२५ & & \\ & ६२५ & \\ \hline ३ \times ४५^२ & = & ६०७५ \\ ३ \times ४५ \times ३ & = & ४०५ \\ ३^२ & = & ९ \\ \hline (२) \text{भाजक } ६११५१९ & & \\ & ४०.९ & \\ \hline ३ \times ४५३^२ & = & ६११६२७ \\ ३ \times ४५३ \times २ & = & २७१८ \\ २^२ & = & ४ \\ \hline (३) \text{भाजक } ६११८६८४ & & \end{array}$	$\begin{array}{rcl} ६३०८२८५६०६८ & (४७३२ \\ ६४ & \\ \hline २६०८२ & \text{भाज्य (१)} \\ २०१२५ & \\ \hline १६५०८५६ & \text{भाज्य (२)} \\ १८३४६७० & \\ \hline १२३१७६७६८ & \text{भाज्य (३)} \\ १२१७६७६८ & \\ \hline \end{array}$
---	---

दशमलव घनमूल की रीति ॥

साधारण भिन्न का घनमूल निश्चय करना होता है तो अंश के घन मूलको अंश; और हर के को हरनियत करलेते है जैसे $\frac{२८}{७}$ का घनमूल $\frac{२}{३}$ है क्योंकि ८ का घनमूल २, और २७ का ३ है ॥

दशमलव घन का घनमूल निकालना होता है तो दशमलव बिन्दु की दाहिनी ओर दो २ स्थान छोड़कर पूर्ववत् चिन्ह कर लेते और पूर्णांक भी हाथ लगे होवें तो उन पर पूर्णांकों की रीति के अनुसार चिन्ह कर लेते हैं फिर पीछे पूर्णांकों की रीति से घनमूल निकाल कर उचित स्थान पर दशमलव का बिन्दु रख देते हैं जैसे ५२६ का घनमूल यों निकालते हैं ॥

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} & & & & 0 & & 0 & & 2 & & 2 & & 6 & & 2 \\ & & & & . & & . & & . & & . & & . & & . \\ 526 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 & 00 \end{array}$$

शेष क्रिया जो कि पूर्णांक घनमूल में ब्योरेवार लिखी है यहां नहीं लिखी किन्तु बिन्दुओं की बनाने की रीति के प्रकट कर ने के लिये केवल इतना ही लिख दिया है इस से जानागया कि ५२६ का घनमूल = ८०७२२६२ यह भी जानो कि जिसदशा में घनमूल पूरा न निकल सके किंतु कुछ न कुछ सदा शेष रहे तो दशमलव बिन्दु के पीछे घनमूल के छः स्थान निकालकर शेष को छोड़ दो और लब्धिको आसन्न घनमूल समझो ॥

प्रश्न ॥

(१)	२ का घनमूल	= उत्तर	— १.२५६६२१
(२)	३२१४ का तथा	= उत्तर	-- १.४७५७५८
(३)	२५ का तथा	= उत्तर	— २.६२४.१८
(४)	५२८ का तथा	= उत्तर	-- ८.०८२४८०
(५)	५५० का तथा	= उत्तर	-- ८.१६३२१२
(६)	६०१ का तथा	= उत्तर	— ८.४३६००३
(७)	६५६ का तथा	= उत्तर	— ८.८३०४७५
(८)	८७६ का तथा	= उत्तर	— ९.५६८२६७
(९)	९०० का तथा	= उत्तर	— ९.६५४८६३
(१०)	९३ का तथा	= उत्तर	-- ९.८४३८६७

दूसरा भाग समाप्त हुआ ॥

